

**VŠB - Technická univerzita Ostrava**  
**Fakulta elektrotechniky a informatiky**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

2014

Paweł Franta

**VŠB - Technická univerzita Ostrava**  
**Fakulta elektrotechniky a informatiky**  
**Katedra elektroenergetiky**

**Matematické modely výroby obnovitelných zdrojů  
energie**

Mathematic Models of Renewable Power Sources  
Production

2014

Paweł Franta

VŠB - Technická univerzita Ostrava  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Katedra elektroenergetiky

## Zadání bakalářské práce

Student: **Pawel Franta**  
Studijní program: B2649 Elektrotechnika  
Studijní obor: 3907R001 Elektroenergetika  
Téma: **Matematické modely výroby obnovitelných zdrojů energie**  
**Mathematic Models of Renewable Power Sources Production**

Zásady pro vypracování:

Matematické modely využití energie z větru  
Matematické modely využití energie ze slunce  
Citlivostní analýza vlivů na výrobu energie z obnovitelných zdrojů

Mathematic Models of wind energy utilization  
Mathematic Models of solar energy utilization  
Sensitivity analysis of influences on renewables energy production


Seznam doporučené odborné literatury:

Mastný P., Drápela J., Mišák S. a kol: Obnovitelné zdroje energie, 256s., ČVUT v Praze, Praha 2011


Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Tadeusz Sikora, Ph.D.**

Datum zadání: 01.09.2013  
Datum odevzdání: 07.05.2014

  
prof. Ing. Stanislav Rusek, CSc.  
vedoucí katedry



  
prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.  
děkan fakulty

### Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně.

Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě dne 21. 7. 2014

.....  
Podpis autora

### Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat. ....  
ing. Baderovi Lihorovi za cenné rady

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá problematikou výroby obnovitelných zdrojů z větrné a sluneční energie. Řešeny jsou zde matematické postupy, které jsou úzce spojeny s fyzikálními zákony. Výsledkem těchto postupů jsou modely, vytvořeny v programu Microsoft Office Excel. Tyto modely jsou následně jasně popsány a stručně vysvětleny, aby byly srozumitelné pro čtenáře.

## **Klíčová slova**

Větrná elektrárna, fotovoltaická elektrárna, elektrický výkon, elektrická energie, intenzita slunečního záření, výroba elektrické energie, úhel.

## **Abstract**

The bachelor thesis deals with the production of renewable wind and solar energy. Solutions are mathematical procedures that are closely related to the physical laws. The result of these processes are models created in Microsoft Office Excel. These models are then clearly described and briefly explained to be understandable to the reader.

## **Keywords**

Wind power, photovoltaic powerplant, electric power, electric energy, intensity of solar radiation, power production, angle.

## Seznam použitých symbolů a zkratek

$A$	Greenova konstanta ( $A = 1,5 \cdot 10^8 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2}$ )
$AM$	tíha vzduchu (-)
$a$	drsnot povrchu (-)
$a_r$	albedo, neboli konstanta odrazivosti uvažovaného druhu povrchu plochy (-)
$C_p$	výkonový koeficient (-)
$C_{PTARGET}$	maximální výkonový koeficient (-)
$C_1$ až $C_6$	bezrozměrné koeficienty (-)
$c$	rychlostní koeficient (m/s)
$d$	lineární vzdálenost (m)
$E_g$	energie pásové mezery (eV)
$ET$	časová rovnice (min)
$el. energie$	elektrická (-ká, -ké, ...) energie
$FF$	plnicí koeficient (-)
$FV$	fotovolt (-aické, -aických, -aika, ...)
$FVE$	fotovolt (-aické, -aických, -aická, ...) elektrár (-en, -ny, -na, ...)
$g$	gravitační zrychlení ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )
$h$	výška slunce nad obzorem v úhlových stupních ( $^\circ$ )
$h_1$	výška v rychlosti $v_1$ (m)
$h_2$	výška v rychlosti $v_2$ (m)
$I_{Dh}$	intenzita difúzního záření dopadající na povrch země pod úhlem $\sin h$ ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_{DIF}$	intenzita difúzního záření ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_p$	intenzita přímého záření ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_{Ph}$	intenzita přímého záření $I_{PN}$ dopadající na povrch země pod úhlem $\sin h$ ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_{PN}$	intenzita přímého směru záření kolmo dopadající na uvažovanou rovinu ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_{sol}$	solární konstanta ( $1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$I_0$	intenzita slunečního záření pro extraterestrické záření ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$J_{SC}$	hustota elektrického proudu nakrátko ( $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$J_0$	hustota zpětného saturačního proudu ( $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ )
$k$	bezrozměrný koeficient (-)
$k$	Boltzmannova konstanta ( $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ )
$L_v$	nadmořská výška v metrech (m)
$N$	den v roce (-)
$n$	otáčky rotoru za minutu ( $\text{min}^{-1}$ )
<i>např.</i>	na příklad
$P_{Aero}$	vzdušný výkon $VtE$ (W)

$P_E$	elektrický výkon VtE (W)
$P_{max}$	skutečný maximální dosažitelný výkon (W)
$P_r$	jmenovitý výkon větrné turbíny (W)
$P_{TARGET}$	maximální výkon (W)
$p$	tlak vzduchu (Pa)
$p_v''$	měrný tlak (Pa)
$p_0$	základní hodnota tlaku vzduchu (1013 hPa, při $t=15\text{ °C}$ )
$q$	elementární náboj ( $q = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ )
$R$	universální plynová konstanta pro suchý vzduch ( $287,05\text{ J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}$ )
$R$	délka jednoho listu, charakterizující poloměr (m)
$r$	bezrozměrná konstanta pro vyjádření vzdálenosti země od slunce (-)
$S$	plocha, kterou opisují lopatky rotoru ( $\text{m}^2$ )
$T$	teplota vzduchu (K)
$T_{GMT}$	čas GMT+00h (hod, min, s)
$T_M$	střední sluneční čas (hod, min, s)
$T_S$	pravý sluneční čas (hod, min, s)
$TSR$	poměr úhlové rychlosti hrotu listu rotoru na rychlosti větru (rad)
$TSR_{TARGET}$	maximální poměr úhlové rychlosti hrotu listu rotoru na rychlosti větru (rad)
$T_V$	pravý sluneční čas (hod, min, s)
$t$	teplota vzduchu ( $^{\circ}\text{C}$ )
$t$	čas jedné otáčky rotoru v sekundách (s)
$V_{OC}$	napětí naprázdno (V)
$VtE$	Větr (-ná, -né, ných,...) elektrár (-na, -ny, -en,...)
$V_{th}$	napětíový součinitel (V)
$v$	rychlost proudícího vzduchu (m/s)
$v_{ci}$	náběhová rychlost větru (m/s)
$v_{co}$	vypínací rychlost větru (m/s)
$v_m$	střední rychlost proudícího větru (m/s)
$v_{OC}$	podíl napětí $V_{OC}$ a $V_{th}$ (-)
$v_r$	jmenovitá rychlost větru (m/s)
$v_1$	rychlost vzduchu ve výšce $h_1$ (m/s)
$v_1$	rychlost vzduchu před rotorem VtE (m/s)
$v_2$	rychlost vzduchu ve výšce $h_2$ (m/s)
$v_2$	rychlost vzduchu za rotorem VtE (m/s)
$x$	šroubová (hřídelová) vzdálenost krokového motoru (m)
$Z$	činitel znečištění (-)
$\alpha$	materiálová konstanta ( $(\text{eV} \cdot \text{K}^{-1}) \cdot 10^{-4}$ )
$\beta$	poměr úhlové rychlosti hrotu listu rotoru na rychlosti větru (rad)

$\beta$ .....úhel mezi vodorovnou rovinou a rovinou sledované plochy ( $^{\circ}$ )  
 $\beta$ .....materiálová konstanta (K)  
 $\gamma$ .....plošný azimut ( $^{\circ}$ )  
 $\gamma_s$ .....sluneční azimut ( $^{\circ}$ )  
 $\Delta$ .....deklinace ( $^{\circ}$ )  
 $\Delta h$ ..... nadmořská výška (m)  
 $\varepsilon$ ..... konstanta, jejíž parametr ovlivňuje nadmořská a výška slunce nad obzorem (-)  
 $\eta_i$ .....ideální účinnost VtE (-)  
 $\eta_0$ .....celková účinnost VtE (-)  
 $\Theta$ .....úhel dopadu slunce na vodorovnou plochu ( $^{\circ}$ )  
 $\theta$ .....úhel naklápění lopatek rotoru ( $^{\circ}$ )  
 $\lambda$ .....koeficient poměru úhlové rychlosti hrotu listu rotoru na rychlosti větru (rad)  
 $\lambda_g$ .....vlnová délka (nm)  
 $\lambda_m$ .....zeměpisná délka (Ostrava =  $18^{\circ}17'$ )  
 $\pi$ .....Ludolfovo číslo ( $\pi = 3,14159265$ )  
 $\rho$ .....hustota vzduchu ( $\text{kg.m}^{-3}$ )  
 $\rho_0$ .....základní hodnota hustoty vzduchu ( $1,22 \text{ kg.m}^{-3}$ , při  $t = 15^{\circ}\text{C}$ )  
 $\sigma$ .....směrodatná odchylka (m/s)  
 $\tau_t$ .....hodinový úhel ( $^{\circ}$ )  
 $\varphi$ ..... relativní vlhkost (%)  
 $\varphi$ .....zeměpisná šířka (Ostrava =  $49^{\circ}50'$ )  
 $\Phi_{ph}$ .....tok fotonů ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )  
 $\Omega$ .....úhlová rychlost hrotu listu ( $\text{rad.s}^{-1}$ )  
 $\omega_r$ .....úhlová rychlost hrotu listu ( $\text{rad.s}^{-1}$ )



# Obsah

Úvod.....	1
1 Matematické modely výroby větrných zdrojů energie .....	2
1.1 Výroby energie v závislosti na povrchu země .....	3
1.2 Výroba energie v závislosti na vnějších vlivech.....	5
1.2.1 Teplota.....	5
1.2.2 Tlak a nadmořská výška .....	6
1.2.3 Vlhkost .....	7
1.3 Výkonová charakteristika .....	8
1.3.1 Výkonová křivka v závislosti na náběhové a vypínací rychlosti větru.....	8
1.3.2 Výkonová křivka jako funkce $C_p$ v závislosti na poměru rychlostí $\lambda$ .....	10
1.3.3 Výkonová křivka podle obvodové rychlosti lopatek rotoru .....	12
2 Matematické modely výroby solárních zdrojů energie .....	14
2.1 Sluneční záření.....	15
2.1.1 Deklinace.....	15
2.1.2 Extraterestrické záření .....	16
2.1.3 Výpočty potřebné k určení přímého a difúzního záření .....	17
2.1.3.1 Určení hodinového úhlu slunce .....	17
2.1.3.2 Určení úhlu dopadu slunce na vodorovnou rovinu .....	18
2.1.3.3 Přímé záření .....	19
2.1.3.4 Difúzní záření .....	20
2.1.4 Intenzita přímého, difúzního a celkového záření.....	21
2.1.4.1 Podle azimutu $\gamma$ a úhlu naklonění $\beta$ .....	21
2.1.4.2 Přímé a difúzní záření v průběhu roku.....	22
2.1.4.3 Celkové záření podle zeměpisné šířky.....	23
2.1.4.4 Celkové záření podle nadmořské výšky .....	23
2.1.4.5 Celkové záření podle albeda .....	24
2.1.4.6 Celkové záření podle součinitele znečištění $Z$ .....	25
2.1.5 Tíha vzduchu (hmotnost vzduchu) .....	26
2.2 Teplotní závislost FV článků na výkonu .....	27
2.2.1 Výpočet maximálního výkonu .....	27

2.2.2	Shrnutí .....	29
	Závěr .....	31
	Literatura .....	32
	Přílohy .....	34

# Úvod

Elektrická energie je v dnešní době důležitá jak pro kvalitu životního prostředí, tak pro člověka. Umožňuje lidem komfort jak v pracovní sféře, tak i ve svých domovech. Je proto nezbytným předpokladem pro dnešní život. Bez elektrické energie je prakticky dnes nemožné si představit život.

Spotřeba elektrické energie ve světě rok od roku stoupá, díky rozvoji civilizace. Je proto důležité zbytečně neplytvat energií a snažit se šetřit spotřebu v domácnostech, ve firmách atp. Taky je důležitý rozvoj nových technologií, snižující spotřebu el. energie. Nicméně pro kvalitu životního prostředí výroba el. energie v tepelných elektrárnách není příznivá. Proto se dnes klade velký důraz na výrobu energie z jiných zdrojů. A to hlavně na obnovitelné zdroje ze solárních panelů, větrných elektráren, vodních elektráren a elektrárnách spalujících biomasu.

V této práci je řešena výroba el. energie z větrných a slunečních zdrojů.

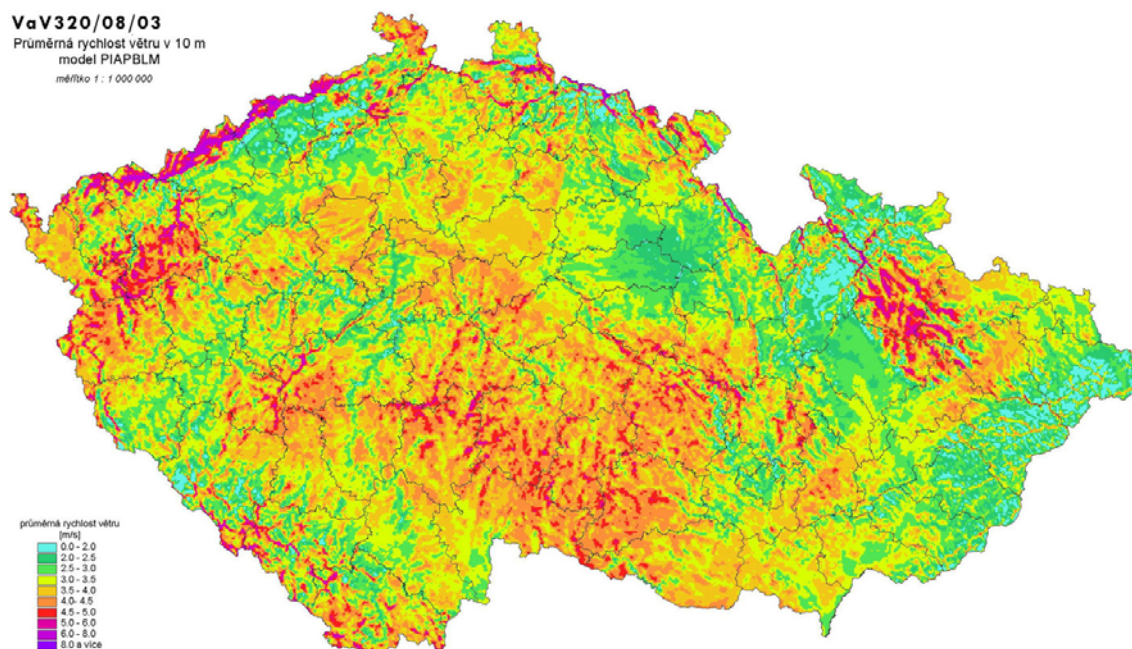
Větrná energie je dnes využívána pro vlastní spotřebu, díky bateriím a měničům na 230 V a taky pro dotování energie do tvrdé místní rozvodné sítě. Rychlost větru je jednoznačně největším předpokladem pro výrobu el. energie. Proto je důležité zvolit optimální polohu pro stavbu VtE. Výhodou VtE je fakt, že energie je zadarmo, údržba VtE je minimální a taky, že VtE je možno využít v místech, kde není konkrétní oblast elektrifikovaná. Nevýhodou potom je člověku dosti nepříjemná hlučnost, změna rázu krajiny, ekonomická stránka pořízení VtE a např. nebezpečí úrazu kusem ledu z lopatky rotoru VtE v zimním období a podobně.

Před pár lety energie ze slunce byla velkým hitem v ČR. Využívá se pro ohřev teplé vody v domácnostech a pro výrobu el. energie v solárních parcích. Umísťuje se na střechy domů a rovněž na zemskou půdu. Důležitým faktorem je sklon a orientace azimutu pro maximální využití slunečního záření. Výhodou solárních elektráren je již výše zmíněné využití pro ohřev vody, energie zdarma a možnost uskladňovat el. energii do baterií nebo ji přímo měnit na síťové napětí. Nevýhodou potom je nutnost čistit FV panely pro zvětšení jejich účinnosti, nízká životnost FV panelů oproti VtE, výroba el. energie je úzce závislá na přímém záření a v zimním období je velmi nízká účinnost FV panelů.

# 1 Matematické modely výroby větrných zdrojů energie

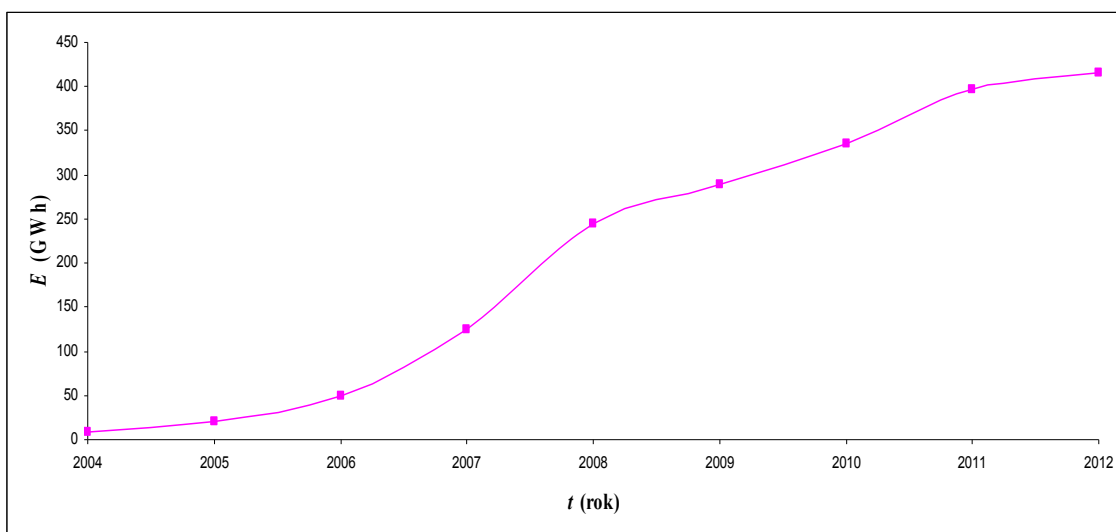
V této kapitole je řešena problematika výroby energie z větru. Jsou zde uvedeny matematické postupy výpočtů a jejich modely přes povrch země, jednotlivé atmosférické vlivy až k výkonovým charakteristikám.

Pro ukázkou větrných vlivů v ČR byl uveden níže uvedený model (obr.: 1.1). Model zobrazuje rychlost proudícího větru v jednotlivých lokalitách v ČR. Na obrázku je vidět, že zvláště na Vysočině, v Krušných horách, v okolí Karlových Varů a v Jeseníkách je nejvyšší průměrná rychlost větru v 10 metrech nad povrchem. Průměrná rychlost proudícího větru se taky liší od ročního období, v zimním období je intenzita proudícího větru podstatně vyšší než v letním. [19]



**Obr. 1.1 Větrná mapa ČR [19]**

Co se týče výroby el. energie z VtE v ČR je výroba rok od roku větší. Níže uvedený model (obr. 1.2), zobrazuje produkci přes jednotlivé léta. Mezi rokem 2006 až 2008 je patrný vysoký nárůst výroby el. energie a až do roku 2012 výroba stoupá. Koncem roku 2012 výroba v Česku činila 416 GWh. Hodnoty výroby el. energie v jednotlivých letech byly čerpány ze stránek [www.csve.cz](http://www.csve.cz).



**Obr. 1.2 Výroba elektrické energie  $VtE$  v ČR zobrazená v letech**

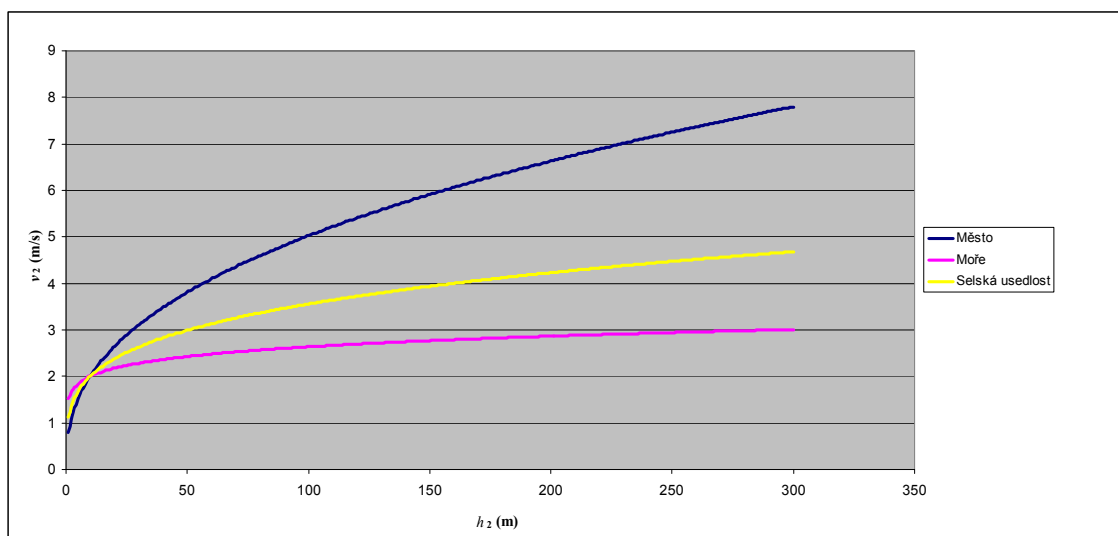
## 1.1 Výroby energie v závislosti na povrchu země

Povrch země (krajiny) ovlivňuje rychlost větru, jak můžeme vidět na obr.1.3. Tento povrch může mít malou drsnost, která působí až do výšky 300 m anebo velkou drsnost působící až do výšky 600 m. Tuto výšku pak můžeme nazývat pojmem *tloušťka mezní vrstvy*. *Rozdělení rychlosti* se nachází nad mezní vrstvou, kterou již neovlivňuje povrch země ale jsou zde faktory, které jiným způsobem ovlivňují rychlost větru. Potom drsností můžeme rozumět ráz krajiny, působící jako odpor na proudící vítr a to např. vítr proudící skrz město, moře a podob. Rychlost větru, jako funkce výkonu větrné elektrárny (vzorec 1.2), tedy klesá s klesající výškou nad terénem. Nejmenší drsnost povrchu je na ledové ploše a pak největší se nachází ve velkých, hustě obydlených městech, skaliskách a v místech, kde jsou vysoké stromy. [1]

*Profil rychlostí* můžeme vyjádřit vztahem: [1]

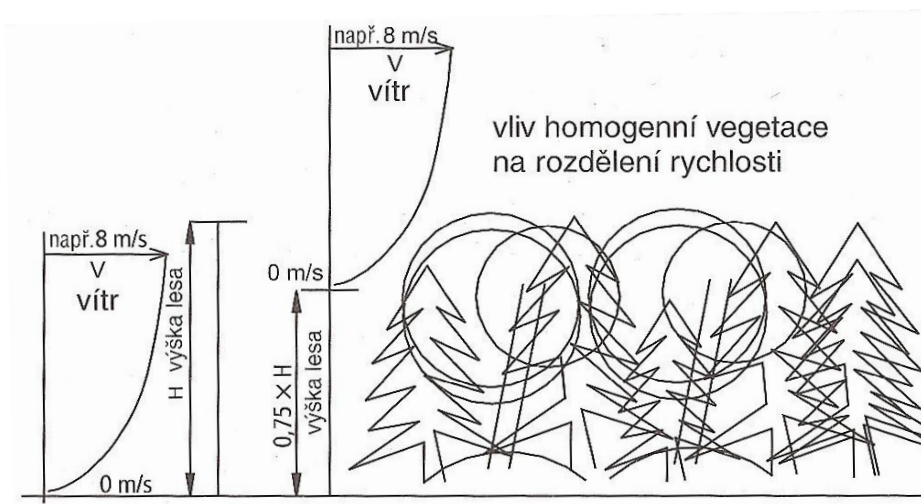
$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^a \quad (m/s) \quad (1.1)$$

Kde  $v_1$  je naměřená rychlost ve výšce  $h_1$  a pro výslednou rychlost  $v_2$  si určíme výšku  $h_2$ . Znaménko  $a$  nám udává drsnost povrchu. Ze vzorce je zřejmé, že  $a$  je exponent, takže se jedná o exponenciální funkci viz obr. 1.3.



**Obr. 1.3 Zvyšující se rychlost větru na výšce nad terénem vzhledem k druhu povrchu**

Pokud se nacházíme ve vysokém hustém lese, musíme brát v úvahu, že nulový bod (výška, ve které rychlost bude narůstat z nuly) se bude nacházet v 75% porostu což vidíme na obr. 1.4. Pakliže budeme mít např. stožár větrné elektrárny ve vhodné výšce, potom vegetace nebude mít tak velký vliv na rychlost větru a rychlost může ještě víc narůst v zimním období z důvodů opadávání listů ze stromů. [1]



**Obr. 1.4 Rychlost větru narůstající v 75% výšky vegetace**

Tým dánských výzkumníků v publikaci „Větrný atlas Dánska“ popisuje *třídy drsnosti* jednotlivých povrchů, které ovlivňují rychlost proudícího větru (viz tab. 1.1). Sloupec s kolonkou „relativní energie“ nás upozorňuje, že energie u např. třídy drsnosti (dále tř. dr.) 3 bude menší než u tř. dr. 0 až 2. Pokud uvažujeme, že větrná elektrárna je umístěná např.

v prostředí v tř. dr. 3, musíme brát v úvahu, že výška stožáru je důležitý faktor, který zvýší výkon potažmo energii elektrárny. Proto při výstavbě větrné elektrárny (zvláště týkající se výšky při výstavbě stožáru) musíme mít předem zpracované přesné údaje, aby finanční rozpočet nepřevýšil energetický zisk. [1]

Třída drsnosti	Charakter krajiny	Délka nerovností	Exponent $a$	Relativní energie
0	Otevřené pobřeží bez jakýchkoliv překážek s větrem směřujícím na pobřeží	0,001 m	0,12	10
1	Otevřená krajina s ojedinělými volně stojícími keři a stromy (pobřeží, prerie)	0,01 m	0,15	7
2	Zemědělská krajina s rozptýlenými budovami a křovinami	0,05 m	0,18	5
3	Uzavřená krajina s porostem stromů, mnoha křovinami a sousedícími budovami	0,3 m	0,24	3

**Tab. 1.1 Třídy drsností povrchů vztažené k charakteru krajiny [1]**

## 1.2 Výroba energie v závislosti na vnějších vlivech

### 1.2.1 Teplota

Pro výpočet hustoty vzduchu, potřebné k výpočtu výkonu v závislosti na teplotě byly použity níže uvedené vzorce:

$$P = \frac{1}{2} \cdot S \cdot \rho \cdot v^3 \quad (W) \quad (1.2)$$

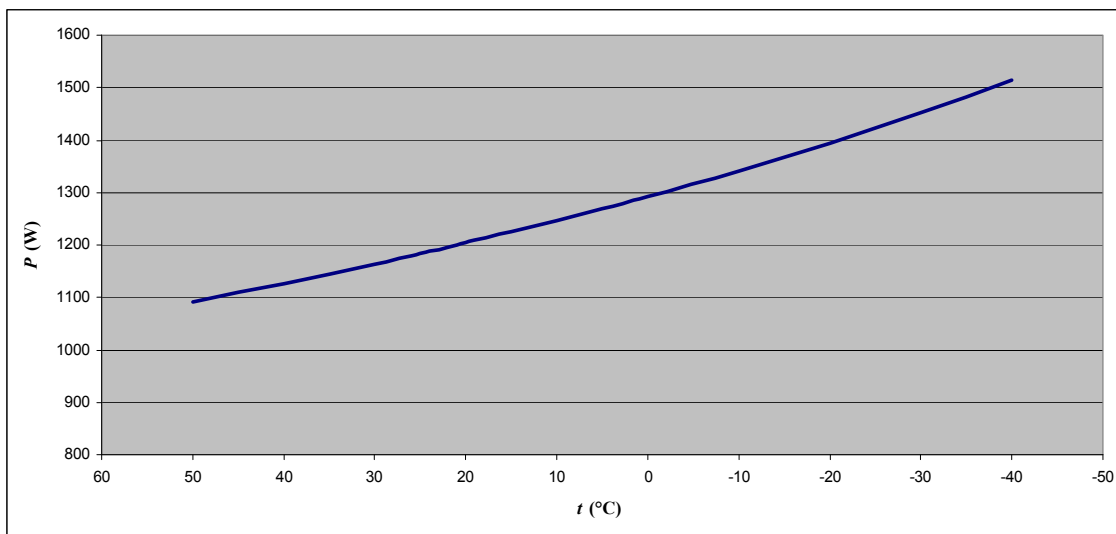
$$\rho = \frac{p}{R \cdot t} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}) \quad (1.3)$$

Kde  $P$  je výkon větrné elektrárny,  $S$  je plocha, kterou opisují lopatky rotoru,  $\rho$  je hustota vzduchu,  $v$  je rychlost větru,  $p$  je tlak vzduchu,  $t$  je teplota vzduchu a  $R$  je univerzální plynová konstanta pro suchý vzduch ( $287,05 \text{ J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}$ ).

Pro výpočet výkonu je nejdříve nutno vypočítat jednotlivé hodnoty hustoty vzduchu tak, že ve vzorci (1.3) teplota  $t$  bude proměnná od  $-40^\circ\text{C}$  do  $+50^\circ\text{C}$ . Vypočtené hodnoty hustoty vzduchu, zvolené hodnoty plochy lopatek rotoru a rychlosti větru se vloží do vzorce (1.2), vypočte se výkon a vytvoří se graf.

Výsledný graf (viz obr. 1.5) ukazuje, že s rostoucí teplotou výkon větrné elektrárny klesá. Důvodem poklesu výkonu na rostoucí teplotě je hustota, která ze zvyšující se teplotou

klesá. Proto použití větrné elektrárny je efektivnější v zimním období. Na druhou stranu však není praktické, z důvodů nebezpečí padání ledu z lopatek rotoru.



**Obr. 1.5 Závislost výkonu větrné elektrárny na teplotě vzduchu**

### 1.2.2 Tlak a nadmořská výška

Pro porovnání tlaku a nadmořské výšky s výkonem byl použit vztah (1.2, 1.3) a vztah pro výpočet tlaku vzduchu:

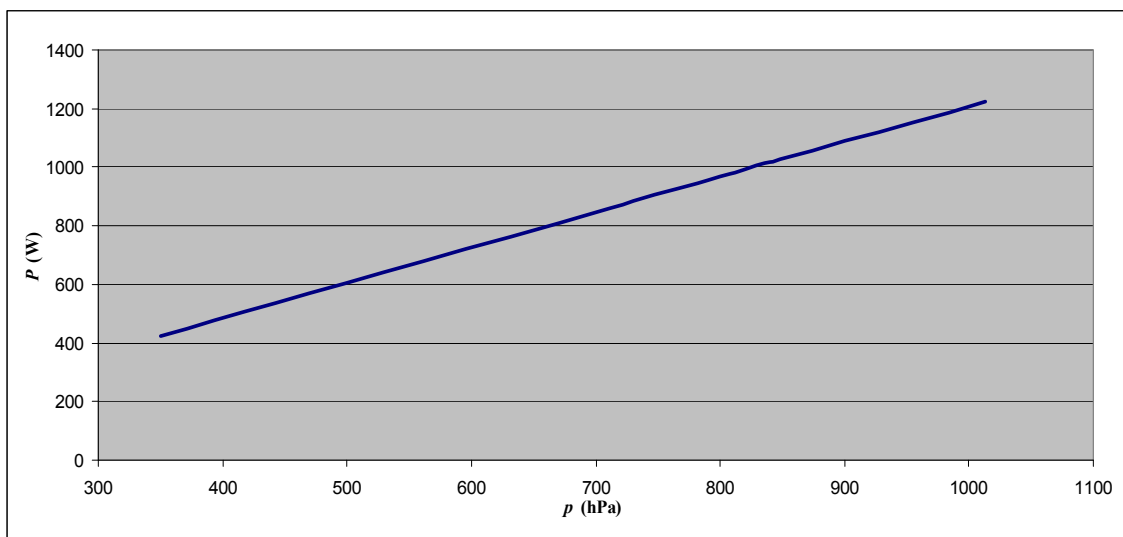
$$p = p_0 \cdot e^{\frac{\rho_0 \cdot g \cdot \Delta h}{p_0}} \quad (\text{Pa}) \quad (1.4)$$

Kde  $p$  je tlak vzduchu,  $p_0$  základní hodnota tlaku vzduchu (1013 hPa, při  $t = 15$  °C),  $\rho_0$  základní hodnota hustoty vzduchu ( $1,22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , při  $t = 15$  °C),  $g$  gravitační zrychlení a  $\Delta h$  nadmořská výška.

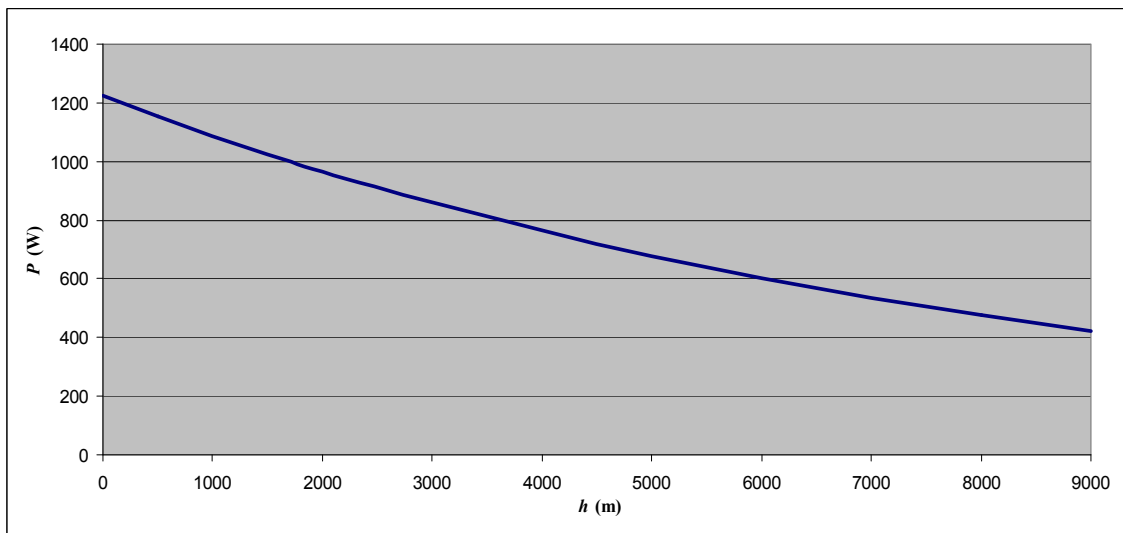
Ve vzorci pro tlak vzduchu (vzorec 1.4), nalezeného na stránkách [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org), byly dosazeny příslušné hodnoty, které byly mimo hodnot  $\Delta h$  konstantní. Následně byly tyto hodnoty tlaku vzduchu dosazeny postupně do známých vzorců (1.3) a (1.2) a byly vytvořeny grafy.

Atmosférický tlak s rostoucím výkonem téměř lineárně stoupá a proto ve vzorci pro výkon taky stoupá hustota. Naopak nadmořská výška s rostoucí výkonem exponenciálně klesá (viz obr. 1.6 a 1.7). Podle těchto grafů je patrné, že největší energetický zisk bude v nejmenší možné nadmořské výšce.





**Obr. 1.6 Závislost výkonu větrné elektrárny na atmosférickém tlaku**



**Obr. 1.7 Závislost výkonu větrné elektrárny na nadmořské výšce**

### 1.2.3 Vlhkost

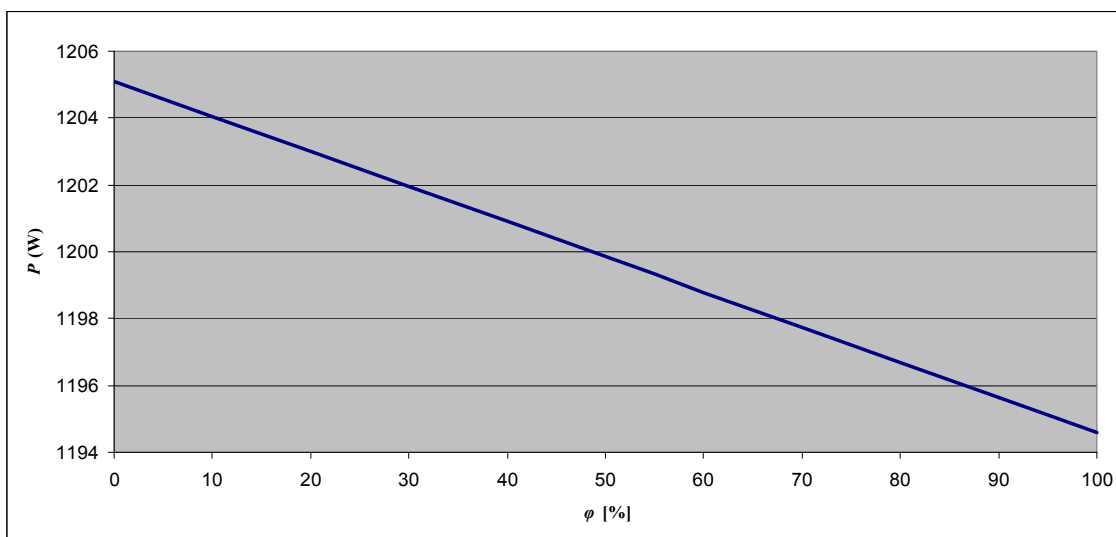
Závislost vlhkosti na výkonu větrné elektrárny je odvozeno ze vztahů (1.2) a rovnice pro výpočet hustoty v závislosti na vlhkosti uvedené níže.

$$\ln p_v'' = 23,58 - \frac{4044,2}{235,6 + t} \quad (1.5)$$

$$\rho = \frac{1,316 \cdot 10^{-3}}{T} \cdot (2,65 \cdot p + \varphi \cdot p_v'') \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}) \quad (1.6)$$

Kde  $p_{v''}$  je měrný tlak,  $t$  teplota ve  $^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho$  hustota vzduchu,  $T$  teplota v K,  $p$  atmosférický tlak a  $\varphi$  relativní vlhkost udávaná v procentech.

Pro výpočet hustoty vzduchu (1.6), nalezené na stránkách [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org), je nutno nejdříve udělat pomocný výpočet tlaku  $p_{v''}$  anebo odečíst tento tlak z parních tabulek. Do čitatele zlomku vzorce pro hustotu vzduchu byla zapsána konstanta, která byla vydělena teplotou  $T$  a celý zlomek se vynásobil součtem 2,65 tlaku ze součinem relativní vlhkosti a předem vypočteného tlaku  $p_{v''}$ . Čili hustota byla vyjádřena vlhkostí. Nutno podotknout, že relativní vlhkost je proměnnou veličinou. Následně hustota byla dosazena do vzorce pro výkon (1.2) a potom níže uvedený graf (viz obr. 1.8) ukazuje, že s rostoucí relativní vlhkostí klesá výkon větrné elektrárny. Z grafu je patrné, že vlhkost sice ovlivní výkon elektrárny, avšak pouze nepatrně.



Obr. 1.8 Závislost výkonu větrné elektrárny na relativní vlhkosti

## 1.3 Výkonová charakteristika

### 1.3.1 Výkonová křivka v závislosti na náběhové a vypínací rychlosti větru

Pro výpočet výkonové křivky byla vytvořena tabulka s jmenovitými hodnotami výkonu a rychlosti větru (jednotlivé symboly rychlosti větru budou popsány níže):

$P_r$ (kW)	300	1000
$v_{ci}$ (m/s)	3	3
$v_r$ (m/s)	14	15
$v_{co}$ (m/s)	25	25

Tab. 1.2 Jmenovité hodnoty výkonu a větrných rychlostí [14]

Výpočtem, charakterizujícím bezrozměrný koeficient, který bude následně použit do dalšího vzorce, je: [15]

$$k = \left( \frac{\sigma}{v_m} \right)^{-1,086} \quad (-) \quad (1.7)$$

Kde  $k$  je bezrozměrný koeficient,  $\sigma$  je směrodatná odchylka a  $v_m$  je střední rychlost proudícího větru.

Následně byl použit vzorec 1.8, kterým byl vypočten koeficient  $c$  v jednotkách rychlosti: [15]

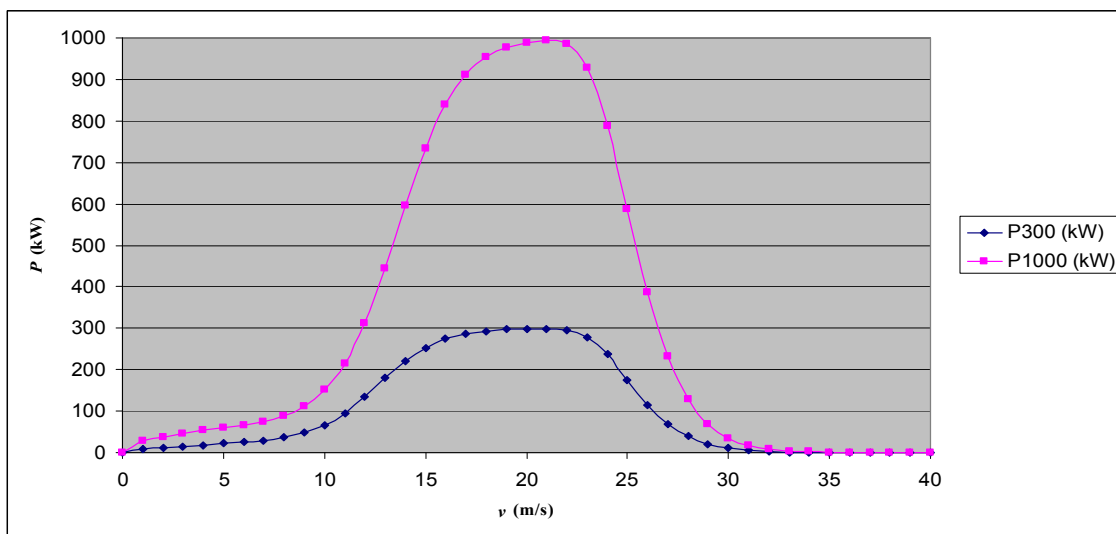
$$c = \frac{v_m \cdot k^{2,6674}}{0,184 + 0,816 \cdot k^{2,73855}} \quad (\text{m/s}) \quad (1.8)$$

Výsledným vzorcem je střední výstupní elektrický výkon: [15]

$$P = P_r \cdot \left( \frac{e^{-\left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{v_r}{c}\right)^k}}{\left(\frac{v_r}{c}\right)^k - \left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{v_{co}}{c}\right)^k} \right) \quad (\text{W}) \quad (1.9)$$

Kde  $P_r$  je jmenovitý výkon větrné turbíny,  $v_{ci}$  je náběhová rychlost větru,  $v_r$  je jmenovitá rychlost větru a  $v_{co}$  je vypínací rychlost větru.

Pro výše uvedené výpočty byly ze zdroje [14] uvedeny jednotlivé hodnoty, charakterizující větrné elektrárny typu AN Bonus 300/33 a AN Bonus 1MW/54 (tab. 1.2). Dalším výpočetním parametrem byla  $\sigma$ , určující směrodatnou odchylku podle směru a rychlosti proudícího větru. Jako proměnná veličina byla zvolena rychlost větru  $v_m$ .



**Obr. 1.9 Závislost výkonu větrné elektrárny na rychlosti větru**

Rychlost proudícího větru je úzce spojená s výrobou elektrické energie (viz obr. 1.9). Výkonová křivka ukazuje, že již „takřka“ při 0 m/s se začne vyrábět proud a od 10 m/s prudce roste až do 15 m/s. Následně má křivka v grafu tendenci se ustálit s osou  $x$  do vodorovné polohy a to znamená, že větrná elektrárna nemůže již víc vyprodukovat energie. Síla vysoké rychlosti větru by mohla totiž poškodit větrnou elektrárnu. Proto se při této situaci elektrárna zabrzdí nebo se vyklopí lopatky rotoru a elektrárna nebude vyrábět el. energii. Tato situace nastane při 22 m/s, kdy dojde ke zvratu a křivka prudce klesá, až se nakonec výroba el. energie úplně zastaví. [2]

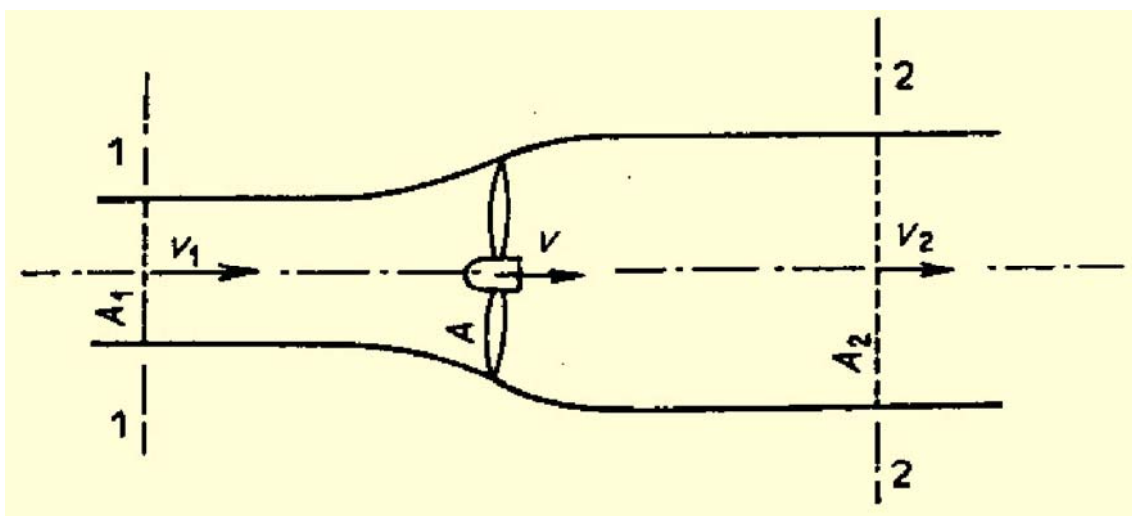
### 1.3.2 Výkonová křivka jako funkce $C_P$ v závislosti na poměru rychlostí $\lambda$

Koeficient  $C_P$  představuje poměr  $C_P = P_E / P_{Aero}$ , kde

$$P_E = \frac{1}{2} \cdot C_P \cdot \rho \cdot S \cdot v^3 \cdot \eta_0 \quad (1.10)$$

$$P_{Aero} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v^3 \quad (1.11)$$

$P_E$  je elektrický výkon VtE a  $P_{Aero}$  je vzdušný výkon VtE. Jedná se o výkonový koeficient, který dle vzorce  $\eta_i = \frac{(v_1^2 - v_2^2) \cdot (v_1 + v_2)}{2 \cdot v_1^3}$  nepřekročí hranici 0,5926, čili 59,26%. Ve vzorcích pro  $\eta_i$  a pro podíl  $P_E/P_{Aero}$  jsou, bez uvažování celkové účinnosti VtE  $\eta_0$ , jako proměnné  $v_1$  a  $v_2$ . Tyto rychlosti jsou uvedeny na obr. 1.10. [16]



Obr. 1.10 Průběh rychlostí  $v_1$  a  $v_2$  [16]

Pro výpočet  $C_p$  je nutno uvést vzorec, popisující špičkový poměr otáček  $TSR$  (Tip speed ratio), který může být popsán i symbolem  $\beta$ : [16], [17]

$$TSR = \beta = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot n}{60 \cdot v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{t \cdot v} \quad (\text{rad}) \quad (1.12)$$

Kde  $\beta$  ( $TSR$ ) je poměr úhlové rychlosti hrotu listu rotoru na rychlosti větru,  $\pi$  je Ludolfovo číslo ( $\pi = 3,14159265$ ),  $R$  je délka jednoho listu, charakterizující poloměr,  $n$  jsou otáčky rotoru za minutu,  $t$  je čas jedné otáčky rotoru v sekundách a  $v$  je rychlost proudícího větru (m/s). [17]

Následným výpočtem bude znovu rychlostní poměr jako koeficient  $\lambda$ , jež oproti  $\beta$  při výpočtu počítá s úhlem naklápění lopatek rotoru  $\theta$ . [17]

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\beta + 0,08 \cdot \theta} - \frac{0,035}{1 + \theta^3} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \left( \frac{1}{\beta + 0,08 \cdot \theta} - \frac{0,035}{1 + \theta^3} \right)^{-1} \quad (\text{rad}) \quad (1.13)$$

Vzorec šroubové (hřídelové) vzdálenosti krokového motoru  $x$ , který vyjadřuje lineární vzdálenost  $d$  3 pozic ramen (hřídel – rameno – kloub – rameno), je: [3]

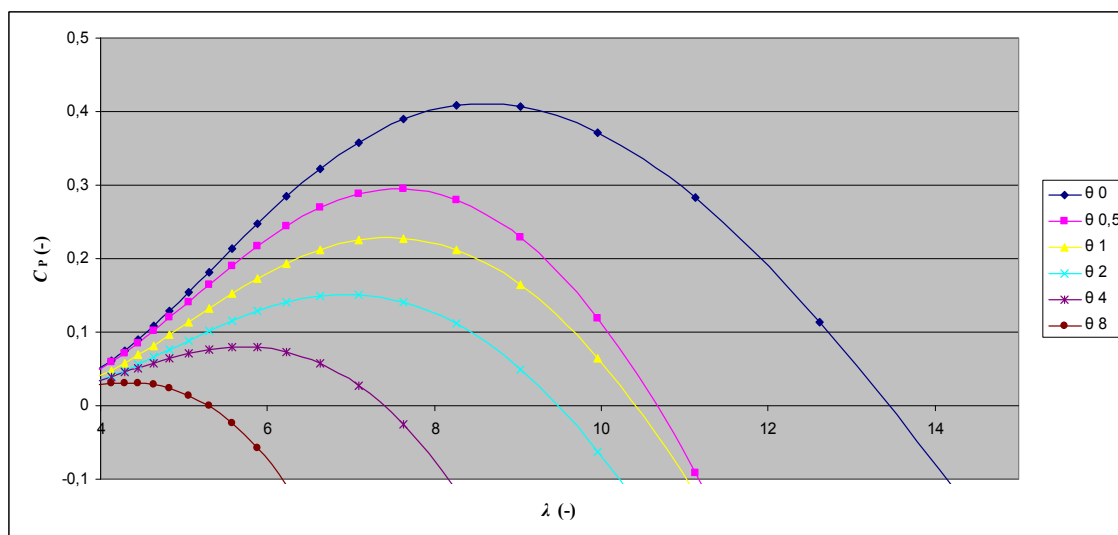
$$x = d - \frac{25}{41} d \cdot \cos \theta - \frac{23}{41} d \cdot \cos \beta \quad (1.14)$$

Výchozí rovnice výpočtu výkonového koeficientu je potom: [17]

$$C_p(\beta, \theta) = C_1 \cdot \left( C_2 \cdot \frac{1}{\lambda} - C_3 \cdot \lambda \cdot \theta - C_4 \cdot \theta^x - C_5 \right) \cdot e^{-C_6 \cdot \frac{1}{\lambda}} \quad (1.15)$$

Kde koeficienty  $C_1$  až  $C_6$  mají hodnoty:  $C_1 = 0,5$ ,  $C_2 = 116$ ,  $C_3 = 0,4$ ,  $C_4 = 0$ ,  $C_5 = 5$ ,  $C_6 = 21$ . [17]

Hodnoty použité pro vytvoření grafu (obr. 1.11) byly:  $R = 40\text{m}$ ,  $t = 3\text{s}$ . Jako proměnné byly zvolené rychlost proudícího větru a úhel naklápění lopatek. Rovnice 1.14 bude nevyužitá, protože ve vzorci 1.15 hodnota koeficientu  $C_4$  je nulová. Rovnice by byla využita, pokud by byly použity koeficienty z jiných sylab, které se bohužel nepodařily najít. Výsledný graf pak bude následující:



**Obr. 1.11** Závislost výkonového koeficientu  $C_p(\beta, \theta)$  na rychlostním poměru  $\lambda$

Rychlostní koeficient, jenž je poměrem úhlové rychlosti lopatek rotoru a rychlosti větru, při úhlu naklonění lopatek  $0^\circ$ , stoupá s poměrem elektrického ku větrnému výkonu těsně nad hodnotu  $C_p = 0,4$  při  $\lambda = 8,5$ . Potom  $C_p$  klesá a při hodnotě  $\lambda = 13,5$  je  $C_p = 0$ . Jednotlivé následující modelové charakteristiky funkce  $\theta > 0$  zapříčiňují klesající trend na obou osách. Vysvětlením tohoto poklesu je naklápění lopatek, z důvodu rostoucí rychlosti větru, jakožto funkci  $P_{\text{Aero}}$ , což má za důsledek pokles úhlové rychlosti, jakožto funkci  $P_E$ .

### 1.3.3 Výkonová křivka podle obvodové rychlosti lopatek rotoru

Pro vytvoření modelu výkonové křivky byl odvozen vzorec pro úhlovou rychlost lopatek rotoru:

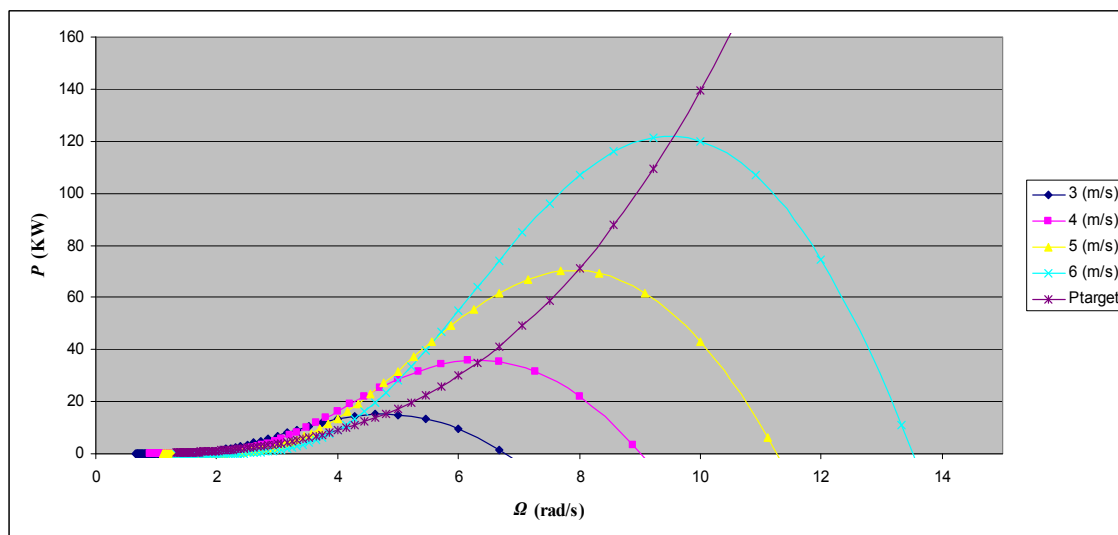
$$\omega_r = \Omega = \frac{60 \cdot \beta \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot R} \quad (\text{rad/s}) \quad (1.16)$$

Následně se spočítá výkon podle vzorce 1.10. Pro vyjádření maximálního výkonu byl použit vztah: [4]

$$P_{TARGET} = \frac{1}{2} \cdot C_{PTARGET} \cdot \rho \cdot S \cdot \left( \frac{R}{TSR_{TARGET}} \right)^3 \cdot \omega_r^3 \quad (\text{W}) \quad (1.17)$$

Kde indexy *TARGET* znamenají maximální hodnotu.

Při modelování výkonových křivek v závislosti na  $\omega_r$  byly použity hodnoty:  $R = 40\text{m}$ ,  $t = 3\text{s}$ ,  $\theta = 1,5^\circ$ ,  $\rho = 1,22\text{kg/m}^3$ . Jako proměnná veličina byla rychlost proudícího větru  $v$ . Hodnota  $CP_{TARGET}$  je 59,26% a  $TSR_{TARGET}$  v tomto modelovém případě 83,78. Výsledný model je potom zobrazen na obr. 1.12.



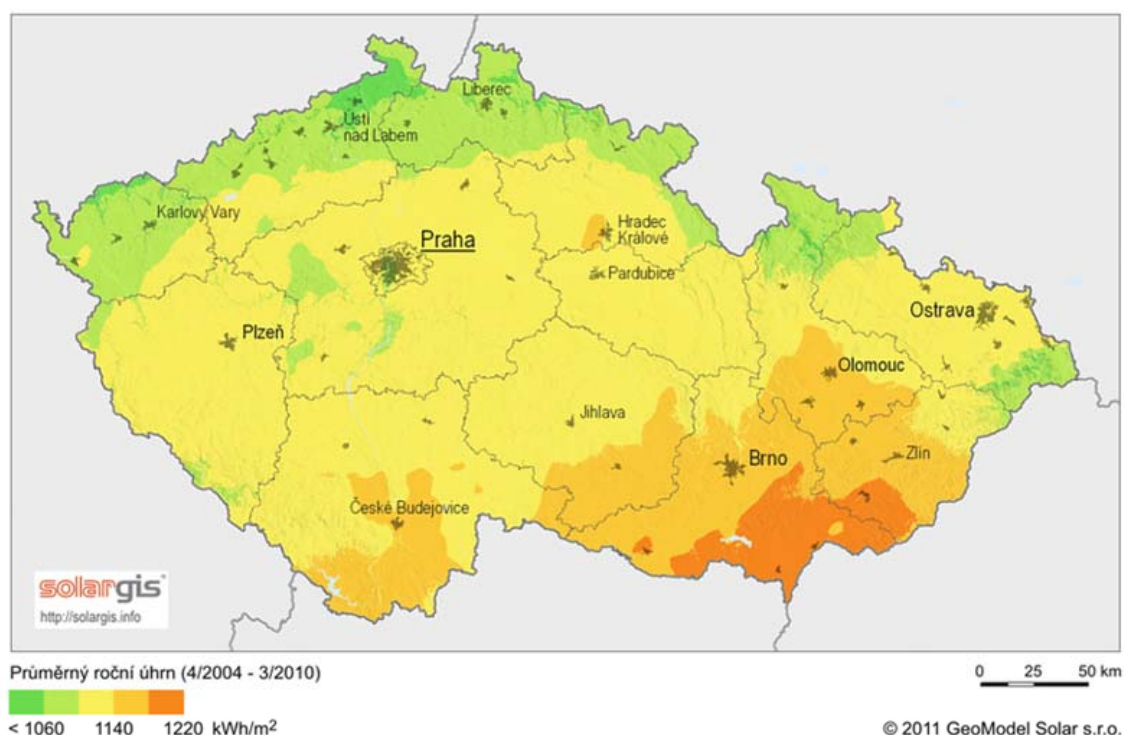
**Obr. 1.12 Výkonová závislost úhlové rychlosti rotorových lopatek vzhledem k rychlosti větru**

Výše uvedený diagram znázorňuje rostoucí tendenci výkonu vzhledem k rostoucí obvodové rychlosti lopatek rotoru. Dále je vidět rostoucí křivku  $P_{TARGET}$ , která protíná křivky 3 až 6 (m/s) v jejich maximální hodnotě.

## 2 Matematické modely výroby solárních zdrojů energie

Tato kapitola popisuje výpočetní metody a modelové charakteristiky výroby el. energie čerpané ze slunce. Předmětem bylo šetření, jak a kdy je nejefektivnější využívat energii ze slunce.

Pro ukázkou byl uveden model (obr. 2.1), znázorňující energii slunečního záření v ČR. Z obrázku je zřejmé, že na severu převládá spíše slabší intenzita záření oproti Moravě a to přibližně až o 15%. [4]

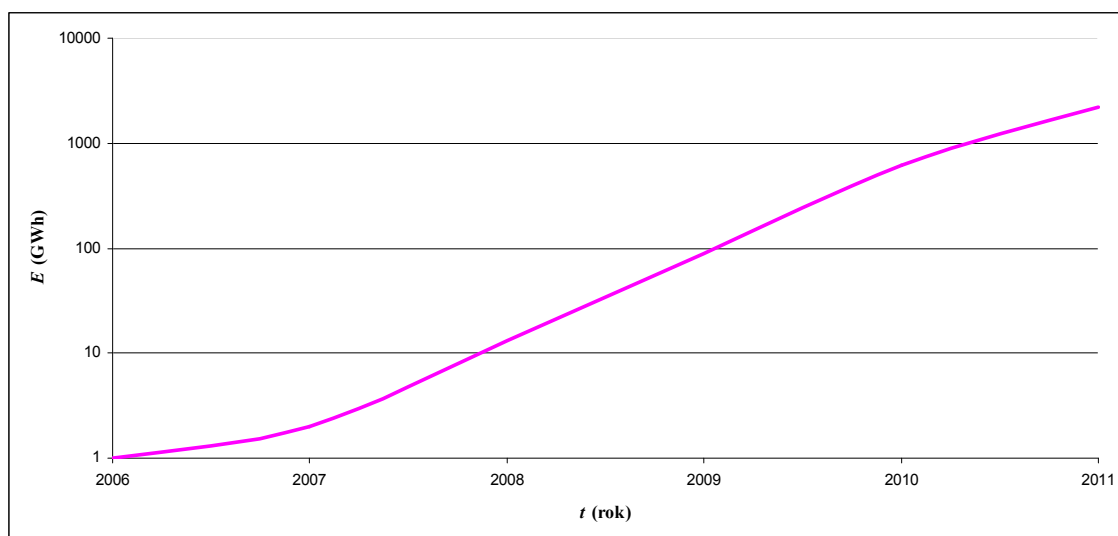


**Obr. 2.1 Energie slunečního záření v ČR [4]**

Z hlediska výroby el. energie z FVE v ČR byl do roku 2011 stoupající trend, jak je vidět na obr. 2.2. Podměttem tohoto nárůstu byl v období 2009 až 2011 fakt zdražování elektrické energie v ČR, financování pomocí státních dotací do solárních článků a udržování životního prostředí.

Hodnoty potřebné k sestavení níže uvedeného modelu byly čerpány z webových stránek českého statistického úřadu.





**Obr. 2.2** Roční růst výroby el. energie, získané z FVE, v ČR

## 2.1 Sluneční záření

### 2.1.1 Deklinace

Deklinace je vzdálenost, vyjádřena v úhlových stupních, slunce od nebeského rovníku. Jinými slovy je to úhel vyjadřující naklonění země vůči slunci.

Vzorec popisující sluneční deklinaci je: [6]

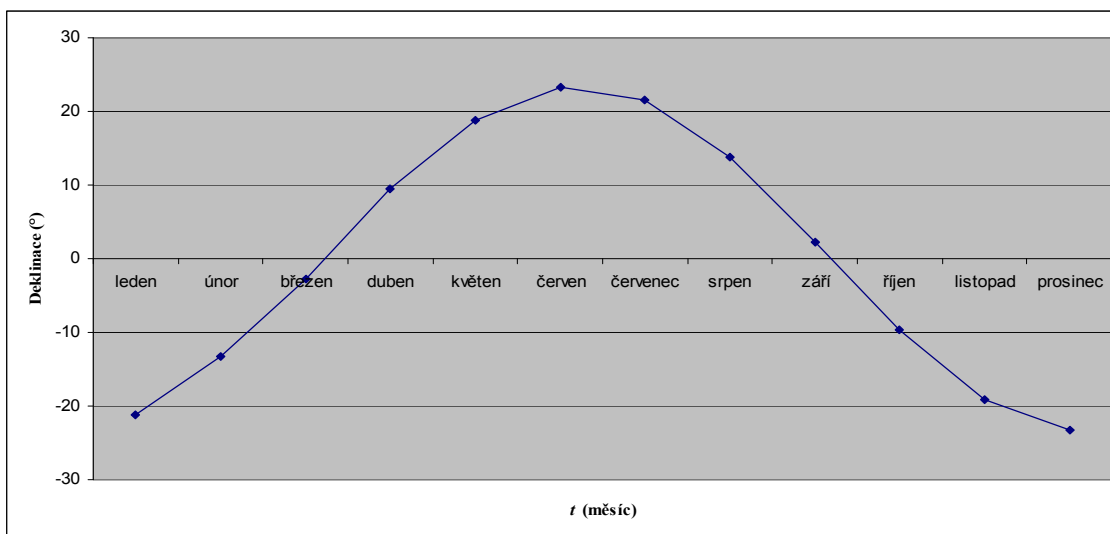
$$\Delta = 23,45^\circ \sin\left(360 \cdot \frac{284 + N}{365}\right) \quad (^\circ) \quad (2.1)$$

Kde  $\Delta$  je deklinace a  $N$  je den v roce.

Tento úhel  $\Delta$  je nejvyšší v letním období, v zimním období se zkracuje doba slunečního času a je tak na nejnižších hodnotách. Proto deklinace je důležitým parametrem pro výrobu elektrické energie (obr. 2.3). Vypočtené hodnoty deklinace pro 15-té dny v měsíci jsou uvedeny v tab. 2.1 [6]

Měsíc	leden	únor	březen	duben	květen	červen
Den	15	15	15	15	15	15
Deklinace	-21,2695	-13,2892	-2,81888	9,414893	18,79192	23,31441
Měsíc	červenec	srpen	září	říjen	listopad	prosinec
Den	15	15	15	15	15	15
Deklinace	21,51734	13,78356	2,216887	-9,5994	-19,1478	-23,3352

**Tab. 2.1** Vypočtené hodnoty deklinace v 15. dni v měsíci



**Obr. 2.3 Deklinace pro jednotlivé měsíce v roce**

### 2.1.2 Extraterestrické záření

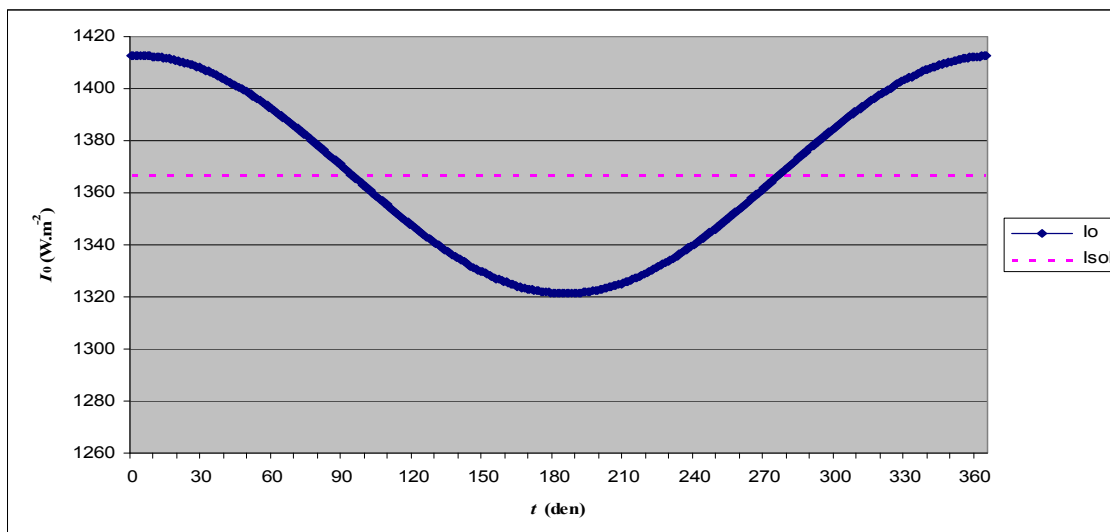
Extraterestrické záření je hodnota intenzity záření, dopadající na zemský povrch, podle vzdálenosti země od slunce. Toto záření se vypočítá: [6]

$$I_0 = r \cdot I_{sol} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.2)$$

$$r = 1 + 0,0334 \cdot \cos\left(\frac{360}{365,25} \cdot N - 2,7206\right) \quad (-) \quad (2.3)$$

Kde  $I_0$  je Intenzita slunečního záření pro extraterestrické záření,  $r$  je bezrozměrná konstanta pro vyjádření vzdálenosti země od slunce a  $I_{sol}$  je solární konstanta ( $1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

Při pohledu do níže uvedeného grafu (obr. 2.4) je vidět, že intenzita záření je nejvyšší v zimním období a naopak v létě je intenzita nejmenší. Jedná se zhruba o rozdíl  $\pm 3,5\%$   $I_{sol}$ . Trochu paradoxně je  $I_0$  v zimě největší, když denní výroba el. energie solárních elektráren je v tomto období nízká. Děje se tak proto, jelikož je země nejbližší slunci, avšak vzdálenost země-slunce není až tak podstatná, než jak výše zmíněná deklinace, jejíž maximum je právě v letním období. [6]



**Obr. 2.4** Intenzita extraterestrického záření v závislosti na vzdálenosti země od slunce

### 2.1.3 Výpočty potřebné k určení přímého a difúzního záření

#### 2.1.3.1 Určení hodinového úhlu slunce

Pro výpočet hodinového úhlu je potřeba spočítat časovou rovnici, popsanou v níže uvedeném vztahu: [6]

$$ET = T_V - T_M = 10,2 \cdot \sin\left(4\pi \cdot \frac{N-80}{373}\right) - 7,74 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{N-8}{355}\right) \quad (\text{min}) \quad (2.4)$$

Kde  $ET$  je časová rovnice,  $T_V$  je pravý sluneční čas a  $T_M$  je střední sluneční čas

Časová rovnice vyjadřuje rozdíl pravého a středního slunečního času. To znamená, že pravý sluneční čas představuje nerovnoměrný čas pohybu země (po elipse) obíhající kolem pravého slunce a střední sluneční čas představuje rovnoměrný čas pohybu země obíhající kolem myšleného slunce, tzn. myšleného bodu v nebeské kouli ve vesmíru (podzimní rovnodennost).  $ET = 0$  neboli  $T_V = T_M$  právě 16.4., 14.6., 1.9. a 25.12. [6], [8]

Pravý sluneční čas  $T_S$  se vypočítá: [6]

$$T_S = T_{GMT} + \frac{\lambda_m}{15} + \frac{ET}{60} \quad (\text{hod}) \quad (2.5)$$

Kde  $T_S$  je pravý sluneční čas,  $T_{GMT}$  je čas GMT+00h a  $\lambda_m$  je zeměpisná délka (Ostrava = 18°17').

Potom hodinový úhel se vypočte: [6]

$$\tau_t = (T_S - 12) \cdot \frac{2\pi}{24} \quad (^\circ) \quad (2.6)$$

Kde  $\tau_t$  je hodinový úhel.

Hodinový úhel slunce bude nulový v poledne a bude mít hodnotu zhruba +15° při každé následující hodině. [6]

### 2.1.3.2 Určení úhlu dopadu slunce na vodorovnou rovinu

Výše určený vzorec pro hodinový úhel se dosadí do rovnice pro výpočet výšky slunce nad obzorem: [7]

$$\sin h = \sin \Delta \cdot \sin \varphi + \cos \Delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \tau_t \quad (-) \quad (2.7)$$

Kde  $h$  je výška slunce nad obzorem v úhlových stupních a  $\varphi$  je zeměpisná šířka (Ostrava = 49°50').

Dále se vypočítá sluneční azimut: [7]

$$\sin \gamma_s = \frac{\cos \Delta}{\cos h} \sin \tau_t \quad (-) \quad (2.8)$$

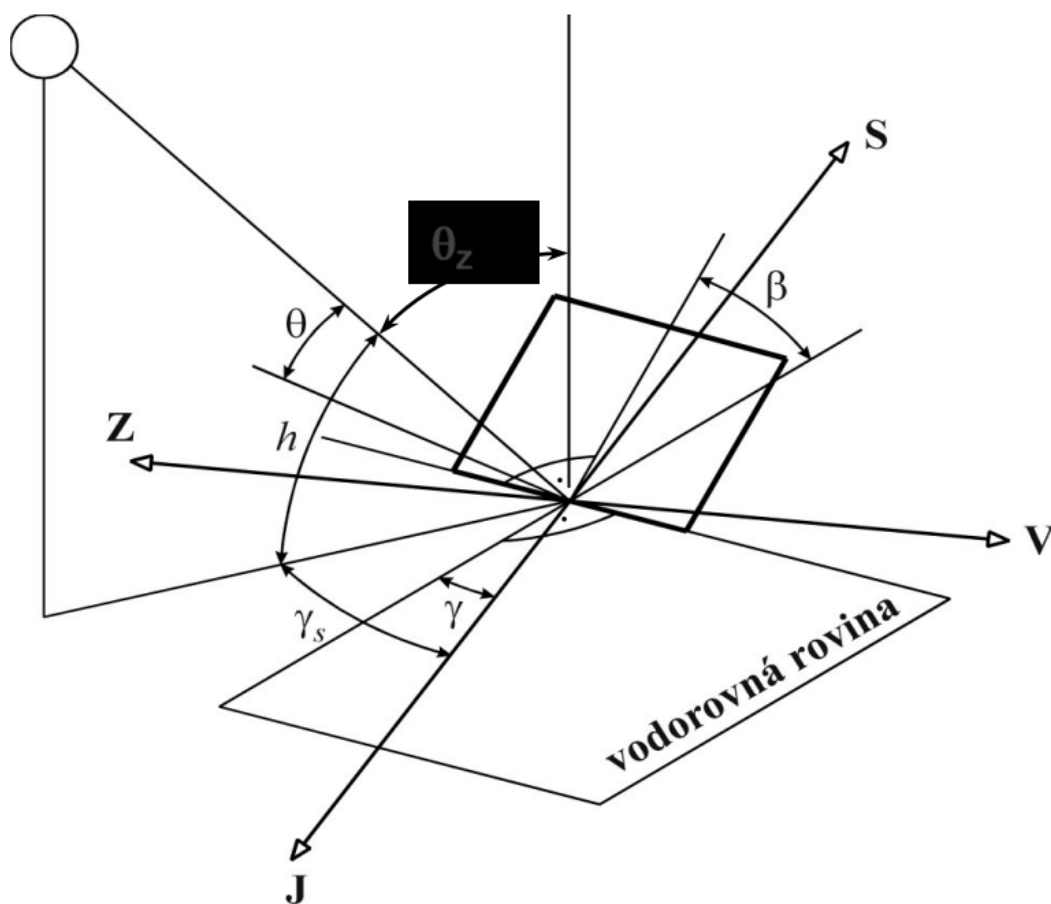
Kde  $\gamma_s$  je sluneční azimut.

Nyní je možné určit úhel dopadu slunce na vodorovnou plochu (rovinu) dle vztahu: [7]

$$\cos \Theta = \sin h \cdot \cos \beta + \cos h \cdot \sin \beta \cdot \cos(\gamma_s - \gamma) \quad (-) \quad (2.9)$$

Kde  $\Theta$  je úhel dopadu slunce na vodorovnou plochu,  $\beta$  je úhel mezi vodorovnou rovinou a rovinou uvažované plochy a  $\gamma$  je plošný azimut.

Pro lepší pochopení úhlů, vyskytujících se v tomto nadpisu, je níže uveden diagram (obr. 2.5). [7]



**Obr. 2.5** Vysvětlení úhlů, svírajících sluneční paprsky s více rovinami [7]

### 2.1.3.3 Přímé záření

Intenzita přímého záření, která přímo osluňuje sledovaný předmět, se vypočte ze součinem intenzity přímého směru záření kolmo dopadajícího na uvažovanou rovinu a cosinem úhlu  $\theta$ . [6]

$$I_p = I_{pN} \cdot \cos \Phi \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.10)$$

Kde  $I_p$  je intenzita přímého záření a  $I_{pN}$  je intenzita přímého směru záření kolmo dopadající na rovinu.

$I_{pN}$  dále závisí na dvou faktorech. A to na nadmořské výšce a stupni znečištění vzduchu. Matematicky je to možno vyjádřit: [7]

$$I_{PN} = I_0 \cdot e^{-\frac{Z}{\varepsilon}} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.11)$$

Kde  $Z$  je činitel znečištění a  $\varepsilon$  je konstanta, jejíž parametr ovlivňuje nadmořská a výška slunce nad obzorem.

Znečištění vzduchu může být v různých místech (vesnice, město, průmyslové město) rozdílné. Níže uvedená tabulka ukazuje hodnoty činitele, které se můžou v těchto lokalitách vyskytovat. [7]

	Průměrné měsíční hodnoty součinitele $Z$ pro oblasti s rozdílnou čistotou ovzduší			
Měsíc	horské oblasti	venkov	města	průmyslové oblasti
roční průměr	1,9	2,8	3,8	5

**Tab. 2.2 Hodnoty součinitele  $Z$  [7]**

Potom už  $\varepsilon$  vypočteme podle vzorce: [18]

$$\varepsilon = \frac{9,38076 \cdot [\sin h + (0,003 + \sin^2 h)^{0,5}]}{2,0015 \cdot (1 - L_V \cdot 10^{-4})} + 0,91018 \quad (-) \quad (2.12)$$

Kde  $L_V$  je nadmořská výška v metrech.

#### 2.1.3.4 Difúzní záření

Intenzita difúzního záření, která se rozptýlí v atmosféře a v oblačnosti, anebo se odrazí od okolních ploch, se vypočítá podle níže uvedeného vzorce: [6]

$$I_{DIF} = 0,5 \cdot (1 + \cos \beta) \cdot I_{Dh} + 0,5 a_r \cdot (1 - \cos \beta) \cdot (I_{Ph} + I_{Dh}) \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.13)$$

Kde  $I_{DIF}$  je intenzita difúzního záření,  $I_{Dh}$  je intenzita difúzního záření dopadající na povrch pod úhlem  $h$ ,  $I_{Ph}$  je intenzita přímého záření  $I_{PN}$  dopadající na povrch pod úhlem  $h$  a  $a_r$  je albedo, neboli konstanta odrazivosti uvažovaného druhu povrchu plochy.

Vzorce pro určení  $I_{Ph}$  a  $I_{Dh}$  jsou: [6]

$$I_{Ph} = I_{PN} \cdot \sin h \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.14)$$

$$I_{Dh} = 0,33 \cdot (I_0 - I_{PN}) \cdot \sin h \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.15)$$

Odrazivost různých druhů povrchu ploch, které přispívají k difúznímu záření, je možné porovnat v následující tabulce. [9]

albedo	
druh povrchu	Odrazivost (%)
čerstvý sníh	90
hustý oblak	75
voda - slunce na horizontu	65
starý sníh	55
písek	25
tenký oblak	25
suchá půda	22
tráva	21
mokrý půda	20
listnatý les	17
tmavá půda	10
asfalt	7
voda - slunce v poledne	4

**Tab. 2.3 Albedo [9]**

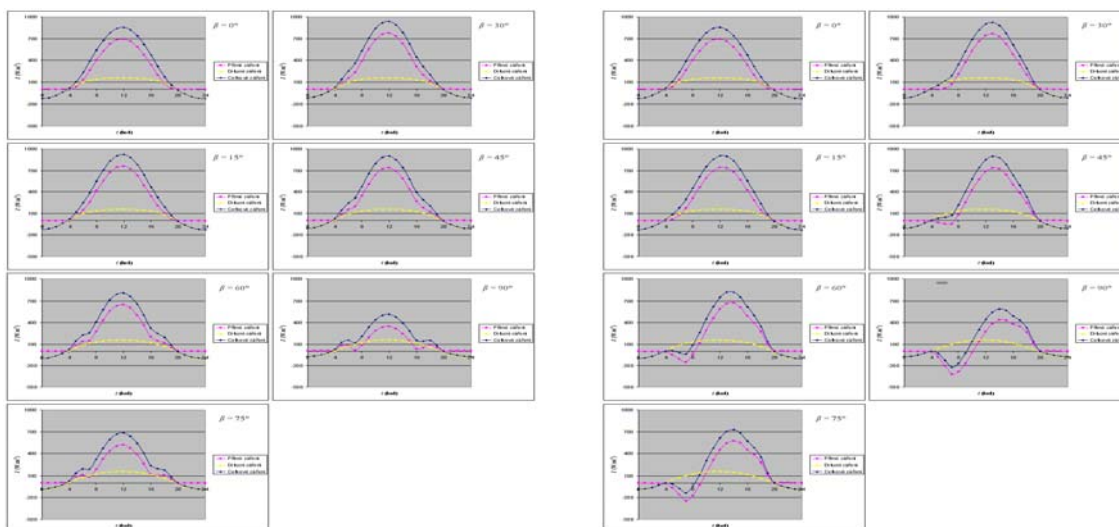
#### **2.1.4 Intenzita přímého, difúzního a celkového záření**

Výpočty, uvedené v minulé kapitole, byly použity k vytvoření jednotlivých grafů v následujících podkapitolách

##### **2.1.4.1 Podle azimutu $\gamma$ a úhlu naklonění $\beta$**

Hodnoty, použité k vytvoření grafu byly: zeměpisná šířka  $49^{\circ}50'$ , zeměpisná délka  $18^{\circ}17'$ , nadmořská výška 250 m.n.m., pravý sluneční čas 12:00 h, stupeň znečištění 5,0, albedo 20%. Úhly  $\gamma$  a  $\beta$  byly použity jako proměnné veličiny.

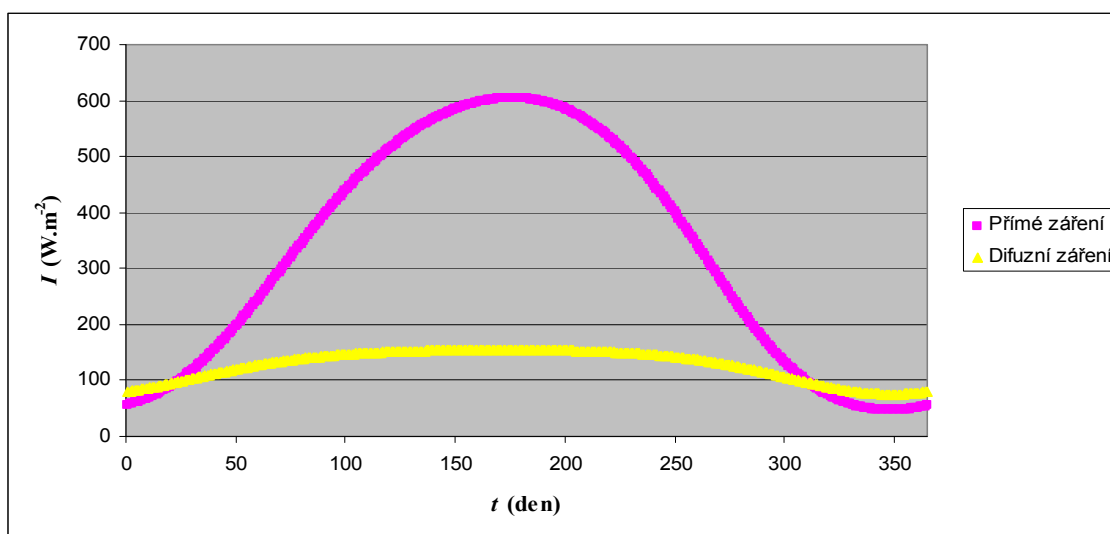
Při pohledu na jednotlivé obrázky, uvedené v příloze, je patrné, že nejideálnější sklon  $\beta$  a orientace  $\gamma$  je  $\{\beta, \gamma\} = \{30^{\circ}, 0^{\circ}\}$  anebo  $\{30^{\circ}, 45^{\circ}\}$  vzhledem k vodorovné rovině podle intenzity záření (obr. 2.6). Se zvyšujícím se úhlem  $\beta$  nad hodnotu  $30^{\circ}$  je přímé záření v jednotlivých grafech deformováno směrem dolů. To znamená, že pouze při východu a západu slunce bude úhel  $\beta$  nejužitečnější, ale výška slunce již bude na velmi nízkých hodnotách. U zvyšujícího se úhlu  $\gamma$  je znovu nejvíce deformováno přímé záření ale hlavně směrem napravo nahoru. Děje se tak proto, že na severní polokouli orientace úhlu  $\gamma$  je ve směru hodinových ručiček, tzn. že západ slunce bude směřovat k JZ a proto v kombinaci s nakloněním s úhlem  $\beta$  může intenzita přímého záření dosáhnout maxima až u pozdních odpoledních hodin.



**Obr. 2.6** Denní diagramy přímého, difúzního a celkového záření při azimutu  $\gamma = 0^\circ$  J (vlevo) a  $\gamma = 45^\circ$  JZ (vpravo) podle úhlu naklonění  $\beta$

#### 2.1.4.2 Přímé a difúzní záření v průběhu roku

V průběhu roku v závislosti na deklinaci a extraterestrickém záření bude graf intenzit vypadat následovně (obr. 2.7):



**Obr. 2.7** Přímé a difúzní záření v průběhu roku

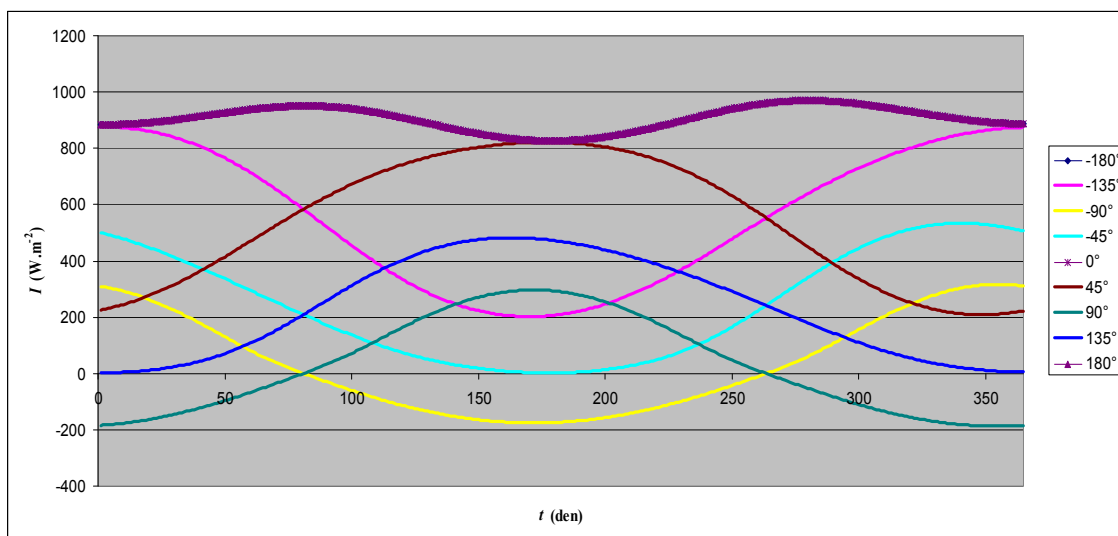
Modelové hodnoty byly zvoleny pro podmínky v Ostravě. To znamená zeměpisná šířka  $49^\circ 50'$ , zeměpisná délka  $18^\circ 17'$ , nadmořská výška 250 m.n.m., pravý sluneční čas 12:00 h, stupeň znečištění 5,0, albedo 20% a úhly  $\gamma$  a  $\beta 0^\circ$ .



Z grafu je patrný strmý nárůst intenzity přímého záření od 1. až 150. dne v roce. Následně dalších 50 dní je  $I_p$  na maximálních hodnotách intenzity přímého záření. Poté nastupuje strmý pokles křivky trvající téměř až do konce roku. Difúzní záření je oproti přímému záření v průběhu roku téměř konstantní s rozdílem  $\Delta I_{\text{DIF}} = 80 \text{ W.m}^{-2}$ . Z hlediska rozdílu mezi přímým a difúzním zářením v době maxima je rozdíl intenzit přibližně  $450 \text{ W.m}^{-2}$ .

#### 2.1.4.3 Celkové záření podle zeměpisné šířky

Obr. 2.8 popisuje průběh celkového záření dopadajícího na povrch země ( $\beta = 0^\circ$ ,  $\gamma = 0^\circ$ ) v závislosti na zeměpisné šířce:

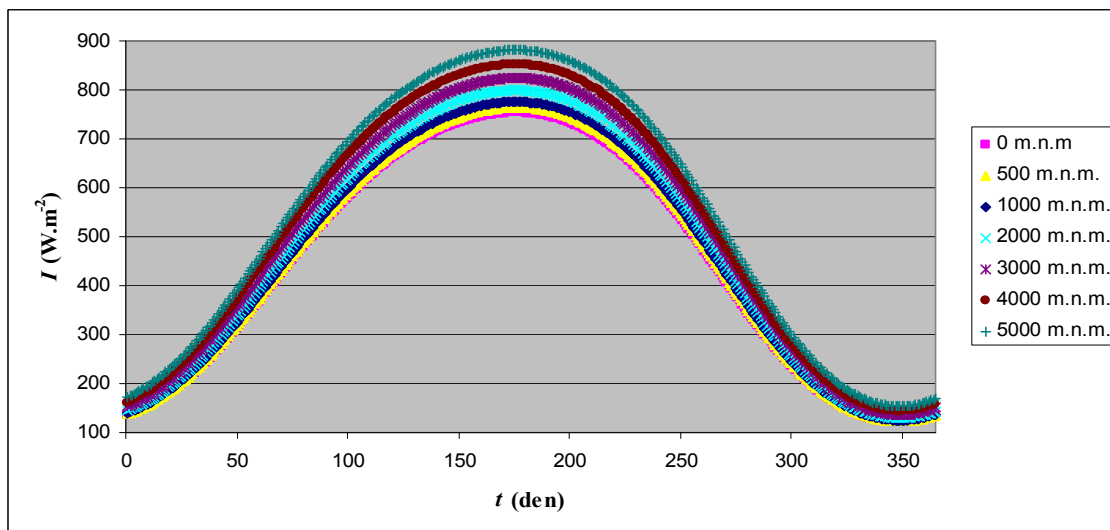


**Obr. 2.8 Celkové záření podle zeměpisné šířky**

Hodnoty zeměpisné šířky, potřebné k vytvoření výše uvedeného grafu, byly použity v rozmezí od  $-\pi$  do  $+\pi$ . V záporných hodnotách  $\pi$  se křivka prohlubuje až do  $-90^\circ$ , potom se s přibližně stejným průběhem odráží až do  $0^\circ$ , kde  $-180^\circ = 0^\circ$ . V kladných hodnotách  $\pi$  se vrchol od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  propadá a poté se opět odráží až do  $180^\circ$ , kde  $0^\circ = 180^\circ$ . Jednotlivé křivky určují roční období na severní (křivky mající své maximum kolem 170. dne v roce) a jižní (křivky mající své maximum kolem 350. dne v roce) polokouli.

#### 2.1.4.4 Celkové záření podle nadmořské výšky

S rostoucí nadmořskou výškou nastane pokles látek, které přispívají k filtraci ultrafialového záření, jehož intenzita je  $550 \text{ mW.m}^{-2}$  při vlnové délce  $400 \text{ nm}$ , na každých 1000 metrech přibližně o 6 až 8%. Dále klesá znečištění látek v ovzduší a také klesá albedo. Celkové záření je potom zobrazeno na níže uvedeném modelu: [10]



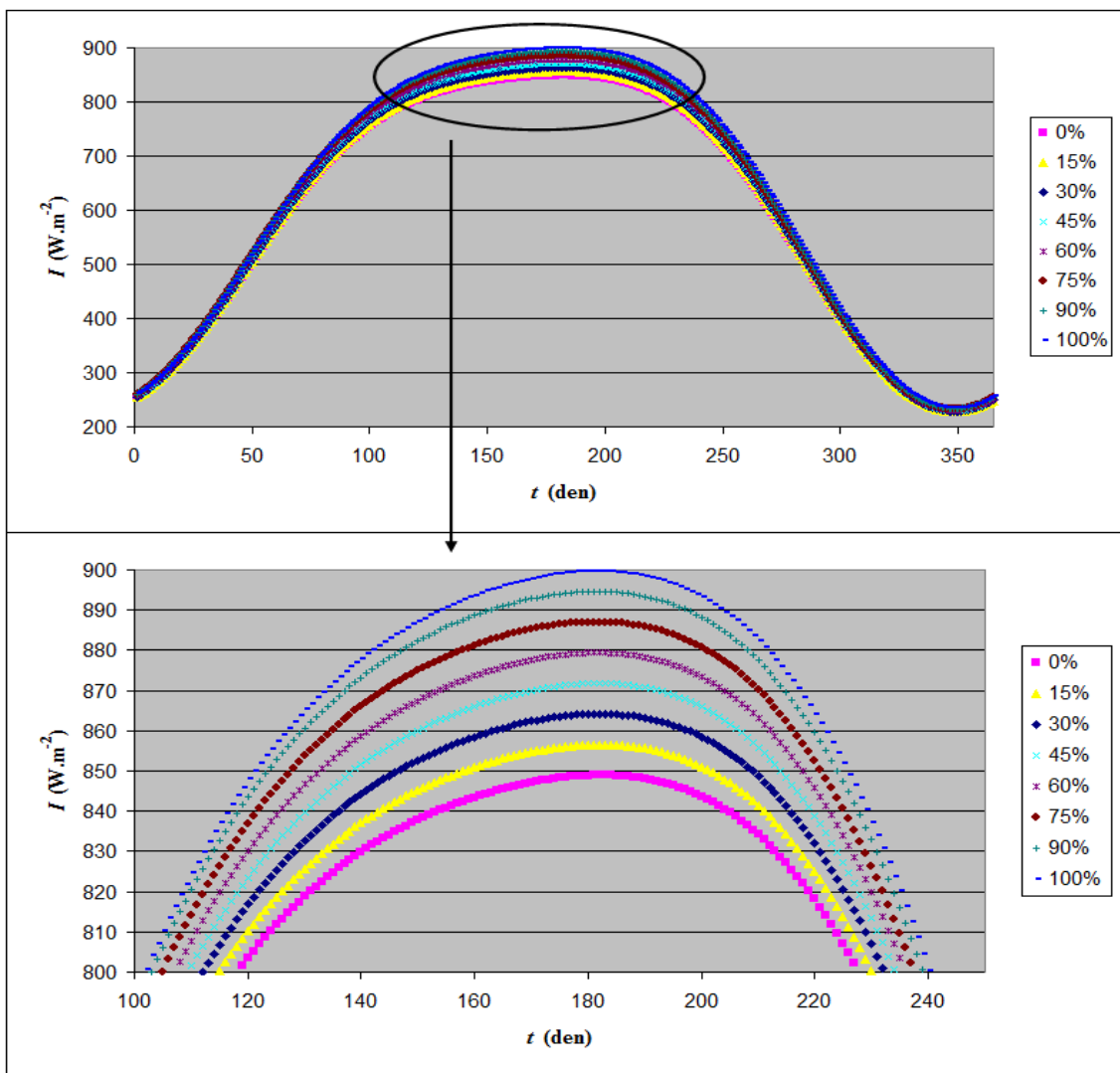
**Obr. 2.9 Celkové záření podle nadmořské výšky**

Z obr. 2.9 je patrné, že čím je vyšší nadmořská výška tím je vyšší  $I$ . Nicméně při zahrnutí různých klimatických podmínek (oblačnost, teplota, vlhkost, vítr,...) a rozdílných podmínkách v zimě a v létě, vyskytujících se v jiné míře v nižších a vyšších nadmořských hladinách, mohou být tyto výsledky dosti rozlišné. [11]

#### 2.1.4.5 Celkové záření podle albeda

Odrazivost okolních ploch ovlivní celkovou  $I$  pokud  $\beta \neq 0$  a  $\gamma \neq 0$ . Z teoretického hlediska při vodorovné a nezacloněné rovině uvažovaného povrchu totiž nemůže dojít k odrazivosti zpět na tento povrch. Proto v následujícím diagramu (obr. 2.10) byly zavedeny úhly pro  $\beta = 30^\circ$  a  $\gamma = 20^\circ$ .

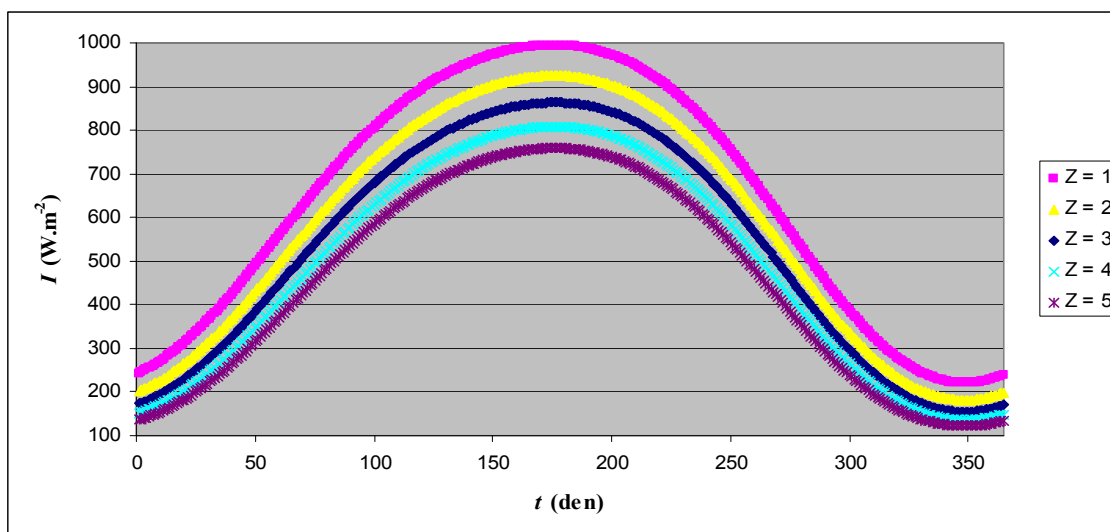
V tab. 2.3 jsou uvedeny hodnoty odrazivosti pro jednotlivé druhy povrchu. Typové hodnoty odrazivosti byly použity pro vytvoření grafu viz obr. 2.10. Z obrázku je patrný nárůst  $I$  s rostoucím  $a_r$ .



**Obr. 2.10 Celkové záření podle albeda**

#### 2.1.4.6 Celkové záření podle součinitele znečištění $Z$

Součinitel znečištění  $Z$  určuje ve vzorci 2.11 množství škodlivých látek, popř. částic nacházejících se ve vzduchu, snižující celkovou  $I$ . Hodnoty součinitele jsou uvedeny v tab. 2.2 a výsledná závislost je:



**Obr. 2.11 Celkové záření podle součinitele znečištění  $Z$**

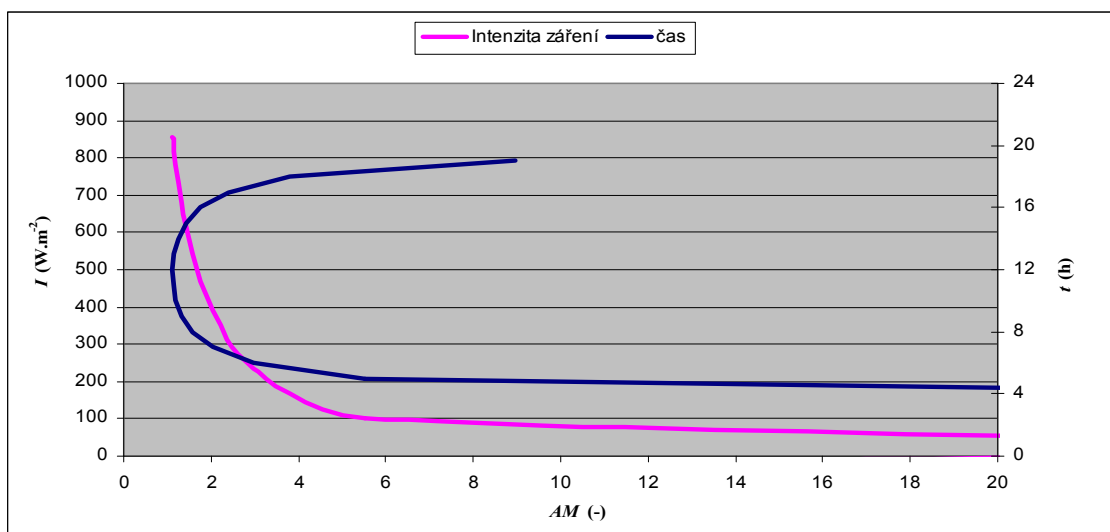
Na obr. 2.11 je vidět pokles  $I$  s rostoucím stupněm znečištění.

### 2.1.5 Tíha vzduchu (hmotnost vzduchu)

Hmotnost vzduchu (Air mass) je délka dráhy, které světelné paprsky překonají skrz atmosféru po nejkratší možné délce dráhy (to znamená, když je slunce přímo nad hlavou). Hmotnost vzduchu zapříčiňuje snížení výkonu světelného toku při průchodu atmosférou a to absorbováním světelného toku vzduchem a prachem. Tíha vzduchu je vyjádřena: [13]

$$AM = \frac{1}{\sin h + 0,50572 \cdot (96,07995 - h)^{-1,6364}} \quad (-) \quad (2.16)$$

Kde  $AM$  je tíha vzduchu a je bezrozměrnou veličinou.



**Obr. 2.12 Závislost tíhy vzduchu na intenzitě záření a na čase**

Výše uvedený model obr. 2.12 zobrazuje závislost hmotnosti vzduchu podle  $t$  a  $I$ . Podle závislosti  $t$  na  $AM$  je zřejmé, že nejmenší a tudíž i nejpříznivější  $AM$  je v momentě, kdy hodnoty  $t$  se blíží k nule na ose  $x$ . Tato nejpříznivější hodnota nastane v diagramu v poledne, kdy je slunce nad hlavou a tak překonává nejmenší dráhu skrz atmosféru. Podle závislosti  $I$  na  $AM$  křivka v bodě maximální hodnoty  $I$  klesá přibližně do  $AM = 6$ , kde se linearizuje, a pokračuje v klesání až do  $AM = 20$ . Nejmenší hodnota  $AM$  nastala při maximálním  $I$ . Z grafu vyplývá, že čím je menší  $AM$ , tím je  $I$  vyšší. [13]

## 2.2 Teplotní závislost FV článků na výkonu

### 2.2.1 Výpočet maximálního výkonu

Pro výpočet teplotní závislosti FV článků v závislosti na výkonu byla sestavena níže uvedená tabulka, zobrazující jednotlivé materiálové hodnoty a konstanty:

Polovodičový materiál	$E_g(0)$ (eV)	$\alpha$ ((eV.K <sup>-1</sup> ).10 <sup>-4</sup> )	$\beta$ (K)	$J_{SC}$ (mA.cm <sup>-2</sup> )
Si	1,1557	7,021	1108	44
Ge	0,7412	4,561	210	61
GaAs	1,5216	8,871	572	31
InP	1,4206	4,906	93	34
CdTe	1,6077	3,1	108	28
CdS	2,583	4,02	147	7

**Tab. 2.4 Materiálové hodnoty a konstanty[12]**

Pro první výpočet byl použit vzorec, vyjadřující energii pásové mezery (Energy gap). Pásová mezera je u polovodičů a nachází se mezi valenčním pásem a pásmem vodivosti. V závislosti na teplotě je poté možno tuto energii vypočítat jako: [12]

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha \cdot T^2}{(T + \beta)} \quad (\text{eV}) \quad (2.17)$$

Kde  $E_g$  je energie pásové mezery,  $E_g(0)$  je  $E_g$  při teplotě 0 K,  $T$  je teplota a  $\alpha$ ,  $\beta$  jsou materiálové konstanty, jejichž hodnoty jsou uvedeny v tab. 2.4. [12]

Dalším výpočtem, charakterizujícím hustotu saturačního zpětného proudu, jež vyjadřuje zpětnou hustotu proudu v polovodičové diodě, způsobené difúzí (elektron - díra), minoritních nosičů nábojů z neutrálních oblastí do oblastí vyčerpání, je: [12]

$$J_0 = A \cdot e^{\left(-\frac{q \cdot E_g}{k \cdot T}\right)} \quad (\text{A} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2.18)$$

Kde  $J_0$  je hustota zpětného saturačního proudu,  $A$  je Greenova konstanta ( $A = 1,5 \cdot 10^8 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2}$ ),  $q$  je elementární náboj ( $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) a  $k$  je Boltzmannova konstanta ( $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ). [12]

Následujícím výpočtem byl rozdíl elektrického potenciálu mezi dvěma svorkami v obvodu, při rozpojených svorkách, tzn. napětí naprázdno (Open circuit voltage), popsán vztahem 2.19: [12]

$$V_{OC} = V_{th} \cdot \ln\left(\frac{J_{SC}}{J_0} + 1\right) \quad (\text{V}) \quad (2.19)$$

Kde  $V_{OC}$  je napětí naprázdno,  $V_{th} = (k \cdot T)/q$  a  $J_{SC}$  je hustota elektrického proudu nakrátko. [12]

Ve vztahu 2.19 je  $J_{SC}$  (Short circuit current density) nejvyšší hustota elektrického proudu, která může existovat v určitém elektrickém systému, při podmínkách zkratu. Rovná se fotoelektrické hustotě proudu  $J_{PH}$  (Photocurrent density), která vzniká hustotou toků elektronů, uvolněných z fotoelektrického článku, působením světla. [12]

„Fill factor“, neboli plnicí koeficient, je poměr mezi skutečným maximálním dosažitelným výkonem a součinem  $J_{SC}$  s  $V_{OC}$  a může být vyjádřen vztahy 2.20 a 2.21: [12]

$$FF = \frac{v_{oc} - \ln(v_{oc} + 0,72)}{v_{oc} + 1} \quad (-) \quad (2.20)$$

Kde  $FF$  je plnicí koeficient a  $v_{oc} = V_{oc} / V_{th}$ . [12]

Nyní je již možné vypočítat maximální výkon podle rovnice 2.21: [12]

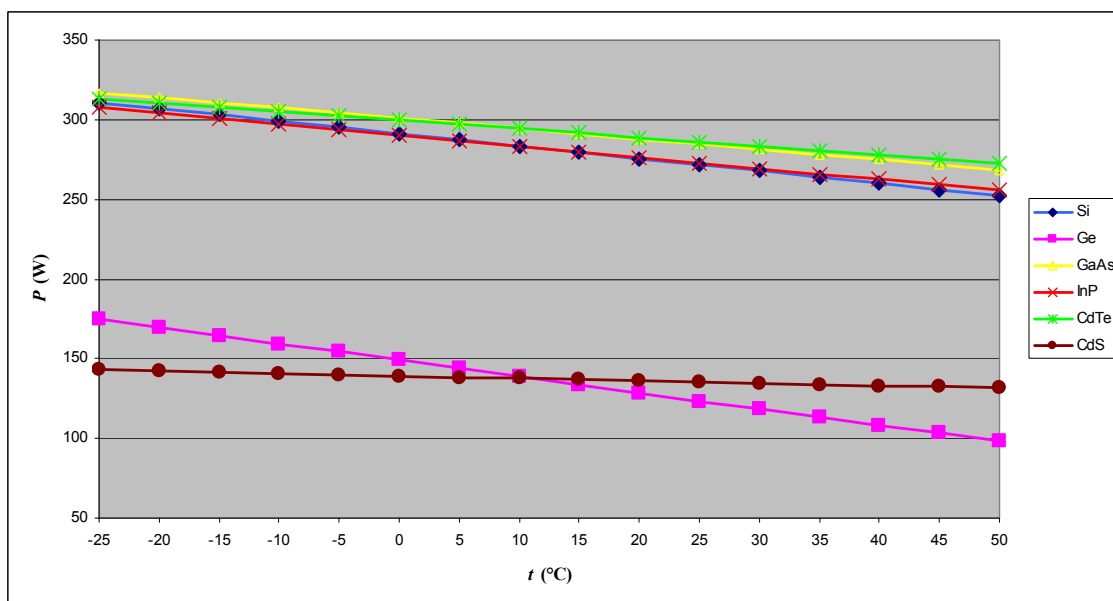
$$FF = \frac{P_{max}}{J_{sc} \cdot V_{oc}} \quad (-) \quad \Rightarrow \quad P_{max} = J_{sc} \cdot V_{oc} \cdot FF \quad (W) \quad (2.21)$$

Kde  $P_{max}$  je skutečný maximální dosažitelný výkon.

### 2.2.2 Shrnutí

Experimentální výpočty byly zhotoveny při podmínkách AM1,5, tzn. že intenzita zdroje záření byla na hodnotě  $1000 \text{ W.m}^{-2}$ , respektive  $100 \text{ mW.cm}^{-2}$ , vlnové délky jednotlivých druhů polovodičových materiálů podle vzorce  $\lambda_g = 1240 / E_g$  v nanometrech a jejich tokem fotonů  $\Phi_{ph}$  v rozmezí od  $0,25 \cdot 10^{17}$  do  $8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . [12]

Výsledný graf je možno vidět na níže uvedeném obrázku:



**Obr. 2.13** Teplotní závislosti jednotlivých druhů polovodičových materiálu na výkonu

Ve výše uvedeném diagramu je vidět klesající tendenci všech téměř lineárních přímek výkonů s rostoucí teplotou FV článku. V závislosti na druhu polovodičového materiálu má ve

výše uvedeném obr. 2.13 germanium a sulfid kadmia nejhorší účinnost z hlediska zdroje záření  $1000 \text{ W/m}^2$ . Avšak při teplotě  $-25 \text{ °C}$  dosahují prvky, respektive sloučeniny křemíku, teluridu kademnatého, galium arsenidu a fosfidu india, účinnosti vyšší jak 30%.



## Závěr

V této práci byla řešena problematika působení jednotlivých vlivů, omezujících výrobu el. energie a hledání optimálních matematických řešení, pro účinný provoz systému. Z toho důvodu bylo nutné čerpat z mnoha publikací, aby bylo docíleno správných informací, důležitých k jednotlivým výpočtům a modelům.

Práce obsahuje dvě hlavní kapitoly. První kapitolu pro výrobu el. energie z proudícího větru a druhou ze slunce.

V první kapitole byla řešena závislost druhů povrchů, vnějších vlivů a výkonových charakteristik. Nyní je zřejmé že drsnost povrchu značně omezí rychlost proudícího větru. Tak je to i u vnějších vlivů, což se zdá trochu paradoxní, když výroba el. energie se změní při  $\Delta T = 90^\circ\text{C}$  o více než 25%, jak je uvedeno ve výše uvedených modelových případech. Taktéž u nadmořské výšky je při  $\Delta h = 5000\text{m}$  rozdíl, a to až 45%. Nicméně vlhkost je zanedbatelný faktor pro výrobu el. energie. Z výkonových charakteristik je pak vidět, jak křivka podle vzorce elektrického výkonu v modelu zareaguje na vypínací rychlost. Dále je vidět závislost výkonového koeficientu na poměru otáček při různých sklonech lopatek a křivku maximálního výkonu protínající vrcholy jednotlivých výkonů závislých na rychlosti větru.

Druhá kapitola pojednávala o problematice slunečního záření. Deklinace, jako úhel naklonění slunečních paprsků byl více důležitý oproti extraterestrickému záření, neboť vzdálenost od slunce není až tak podstatná. Úhly sklonů uvažované roviny vzhledem ke slunečnímu záření byly podle výpočtu nejefektivnější v  $\{\beta, \gamma\} = \{30^\circ, 0^\circ\}$  anebo  $\{30^\circ, 45^\circ\}$ , podíl mezi přímým a difúzním zářením dosahoval v maximálních hodnotách velikost 4:1, zeměpisná šířka určovala, která polokoule v uvažovaném období má letní charakter počasí a naopak, vyšší nadmořská výška matematickým pohledem (bez uvažování jiných vnějších vlivů) byla optimálnější na velikost intenzity záření, z rostoucím albedem, neboli zrcadlením na určitou plochu, bylo dosaženo vyšších hodnot výroby el. energie, stoupající stupeň znečištění působil jako bariéra pro průchod přímé intenzity záření a tíha vzduchu byla ideální při průchodu nejmenší vrstvou atmosféry. Rostoucí teplota teplotní závislosti FV článků na výkonu působila na výslednou produkci el. energie záporně. Nejvýhodnější modelová teplota byla  $-25^\circ\text{C}$ .

Oba typy obnovitelných zdrojů, čili VtE a FVE, jsou závislé na aktuálních podmínkách. A to vítr - bezvětrí a slunečno – zataženo. Je však důležité tyto zdroje využívat a přispět tak k lepším podmínkám na naší planetě.

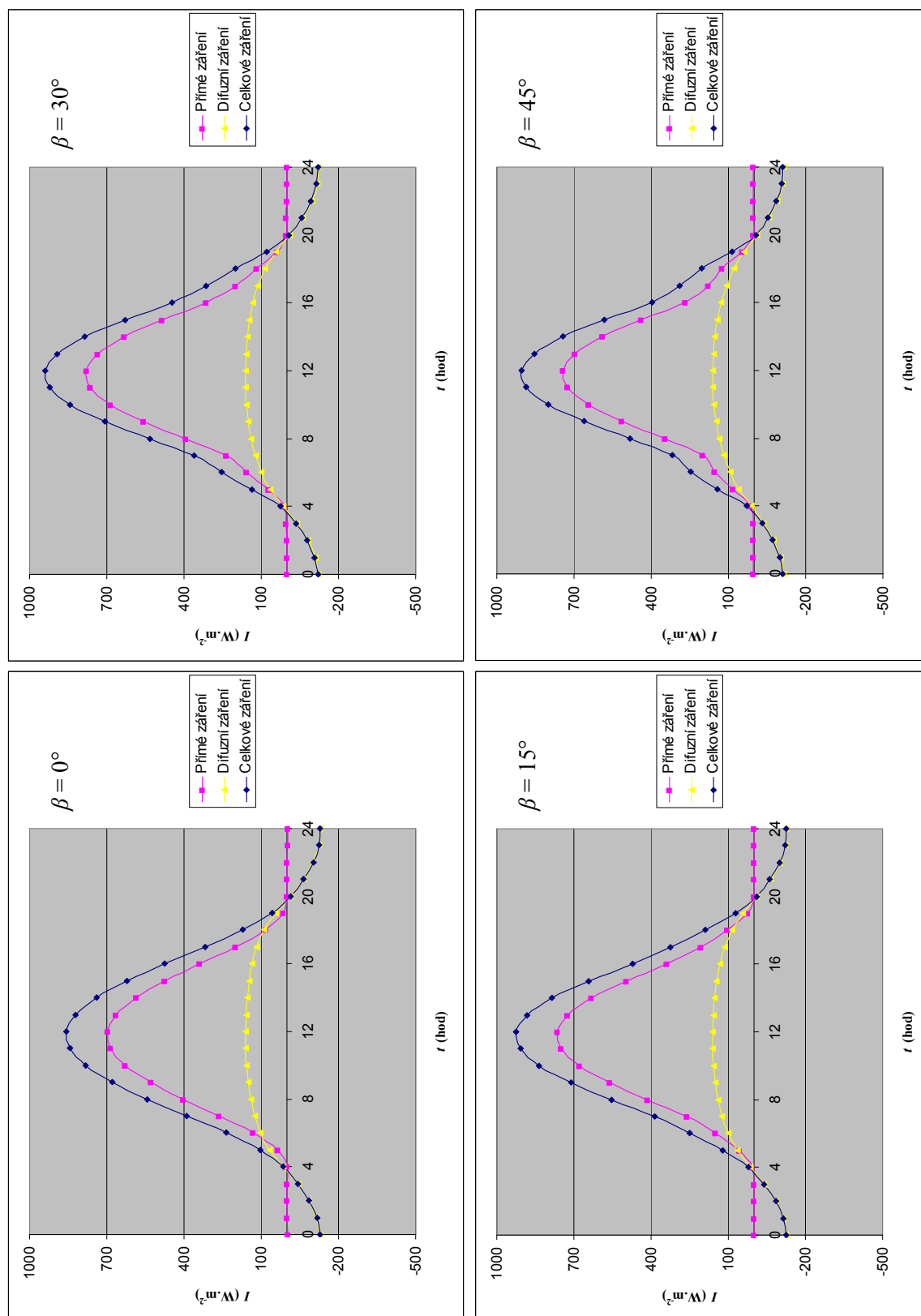
## Literatura

- [1] Crome, H., *Technika využití energie větru*, HEL, 2002 Ostrava
- [2] Cetkovský, S.; Frantál, B.; Štekl, J.; a kolektiv, *Větrná energie v České Republice*, ÚGN AV ČR; vvi, 2010 Brno
- [3] Abdulhadi, F., *Design and Characterization of a Small Wind Turbine Model equipped with a Pitching System*, 27.2.2012 Kassel, Dostupné z [http://www.uni-kassel.de/eecs/fileadmin/datas/fb16/remena/theses/batch2/MasterThesis\\_Fadi\\_Abdelhadi.pdf](http://www.uni-kassel.de/eecs/fileadmin/datas/fb16/remena/theses/batch2/MasterThesis_Fadi_Abdelhadi.pdf)
- [4] Muljadi, E.; Butterfield C.P., *Pitch-Controlled Variable-Speed Wind Turbine Generation*, říjen 1999 Phoenix; Arizona, Dostupné z <http://www.nrel.gov/docs/fy00osti/27143.pdf>
- [5] *TopSrovnání – Co je třeba vědět před instalací fotovoltaiky na střechu* [online]. [cit. 2013-6-4]. Dostupné z <http://www.topsrovnani.cz/aktuality/co-je-treba-vedet-pred-instalaci-fotovoltaiky-na-strechu>
- [6] Milář, T., *Sluneční záření a atmosféra*, Diplomová práce, Masarykova univerzita, Katedra fyziky, 20.4.2007 Brno, Dostupné z <http://amper.ped.muni.cz/~miler/indi/diplomka/slunZarAtm.pdf>
- [7] Šourek, B., *Navrhování solárních soustav*, Prezentace, ČVUT Praha, Fakulta strojní, Dostupné z <http://www.quantumas.cz/file/solarni-soustavy.pdf>
- [8] *Aldebaran – Souřadnice a časomíra*. [online]. Dostupné z <http://www.aldebaran.cz/astrofyzika/orientace/theory.html>
- [9] *Marineecology – Albedo*. [online]. Dostupné z [http://marineecology.wcp.muohio.edu/climate\\_projects\\_04/snowball\\_earth/web/WebpageStuff/albedo.html](http://marineecology.wcp.muohio.edu/climate_projects_04/snowball_earth/web/WebpageStuff/albedo.html)
- [10] *Česká geologická služba – Ultrafialové záření a UV index*. [online]. Dostupné z <http://www.geology.cz/mujkousekzeme/veda/dira-do-sveta/ultrafialove-zareni>
- [11] *Časopis stavebnictví – Zásady navrhování a provozování solárních systémů v horských oblastech*. [online]. [cit. 2007-2-21]. Dostupné z [http://www.casopisstavebnictvi.cz/zasady-navrhovani-a-provozovani-solarnich-systemu-v-horskych-oblastech\\_N96](http://www.casopisstavebnictvi.cz/zasady-navrhovani-a-provozovani-solarnich-systemu-v-horskych-oblastech_N96)
- [12] Singh, P.; Ravindra, N.M., *Temperature dependence of solar cell performance—an analysis*, 2.10.2011 Newark; New Jersey, Dostupné z [http://ac.els-cdn.com/S0927024812000931/1-s2.0-S0927024812000931-main.pdf?\\_tid=803d45f0-01c0-11e4-9940-00000aacb362&acdnt=1404288883\\_63dbae5bf41931b0681865dbc221402e](http://ac.els-cdn.com/S0927024812000931/1-s2.0-S0927024812000931-main.pdf?_tid=803d45f0-01c0-11e4-9940-00000aacb362&acdnt=1404288883_63dbae5bf41931b0681865dbc221402e)

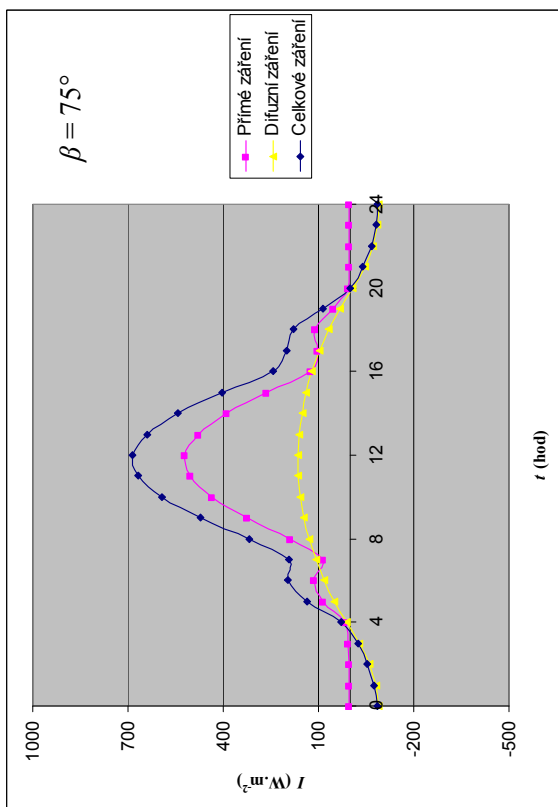
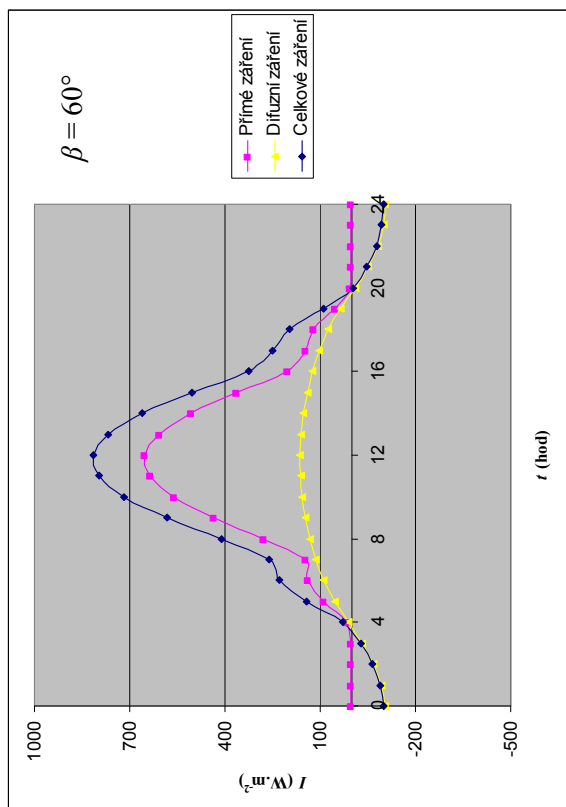
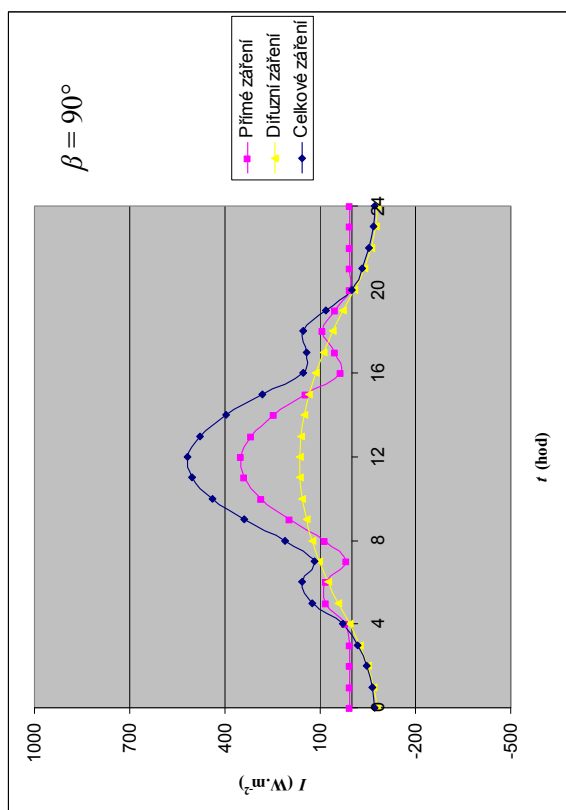
- [13] *Photovoltaic Education Network – Air Mass*. [online]. [cit. 2013]. Dostupné z <http://www.pveducation.org/pvcdrom/properties-of-sunlight/air-mass>
- [14] Shata, A., *Theoretical investigation and mathematical modelling of a wind energy system - Case study for Mediterranean and Red Sea*, Diplomová práce, Technická univerzita Berlín, Fakulta elektrotechniky a informatiky, 26.6.2008 Berlin, Dostupné z [http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2008/1920/pdf/ahmedshata\\_ahmed.pdf](http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2008/1920/pdf/ahmedshata_ahmed.pdf)
- [15] Oyedepo, S.O.; Adaramola, M.S.; Paul S.S., *International Journal of Energy and Environmental Engineering - Analysis of wind speed data and wind energy potential in three selected locations in south-east Nigeria*. [online]. [cit. 2012-5-25]. Dostupné z <http://www.journal-ijeee.com/content/3/1/7>
- [16] Rychetník, V.; Pavelka, J.; Janoušek, J., *Větrné motory a elektrárny*, ČVUT, 1997 Praha
- [17] Ochieng, P.O.; Manyonge, A.W.; Oduor, A.O., *International Journal of Mathematics and Soft Computing - Mathematical analysis of tip speed ratio of a wind turbine and its effects on power coefficient*. [online]. [cit. 2014]. Dostupné z [http://www.ijmsc.com/index.php/ijmsc/article/view/203/ijmsc\\_4-1-7](http://www.ijmsc.com/index.php/ijmsc/article/view/203/ijmsc_4-1-7)
- [18] Matuška, T., *Alternativní zdroje energie*, Učební texty, ČVUT Praha, Fakulta strojní, 2009 Praha, Dostupné z [http://users.fs.cvut.cz/~matustom/skripta\\_AZE\\_FS.pdf](http://users.fs.cvut.cz/~matustom/skripta_AZE_FS.pdf)
- [19] Škorpík, J., *Transformační Technologie – Využití energie větru*. [online]. [cit. 2006-10]. Dostupné z <http://www.transformacni-technologie.cz/vyuziti-energie-vetru.html>

## **Přílohy**

Př. 1 Denní diagramy ( $\gamma = 0^\circ$  Jih) podle úhlu  $\beta$

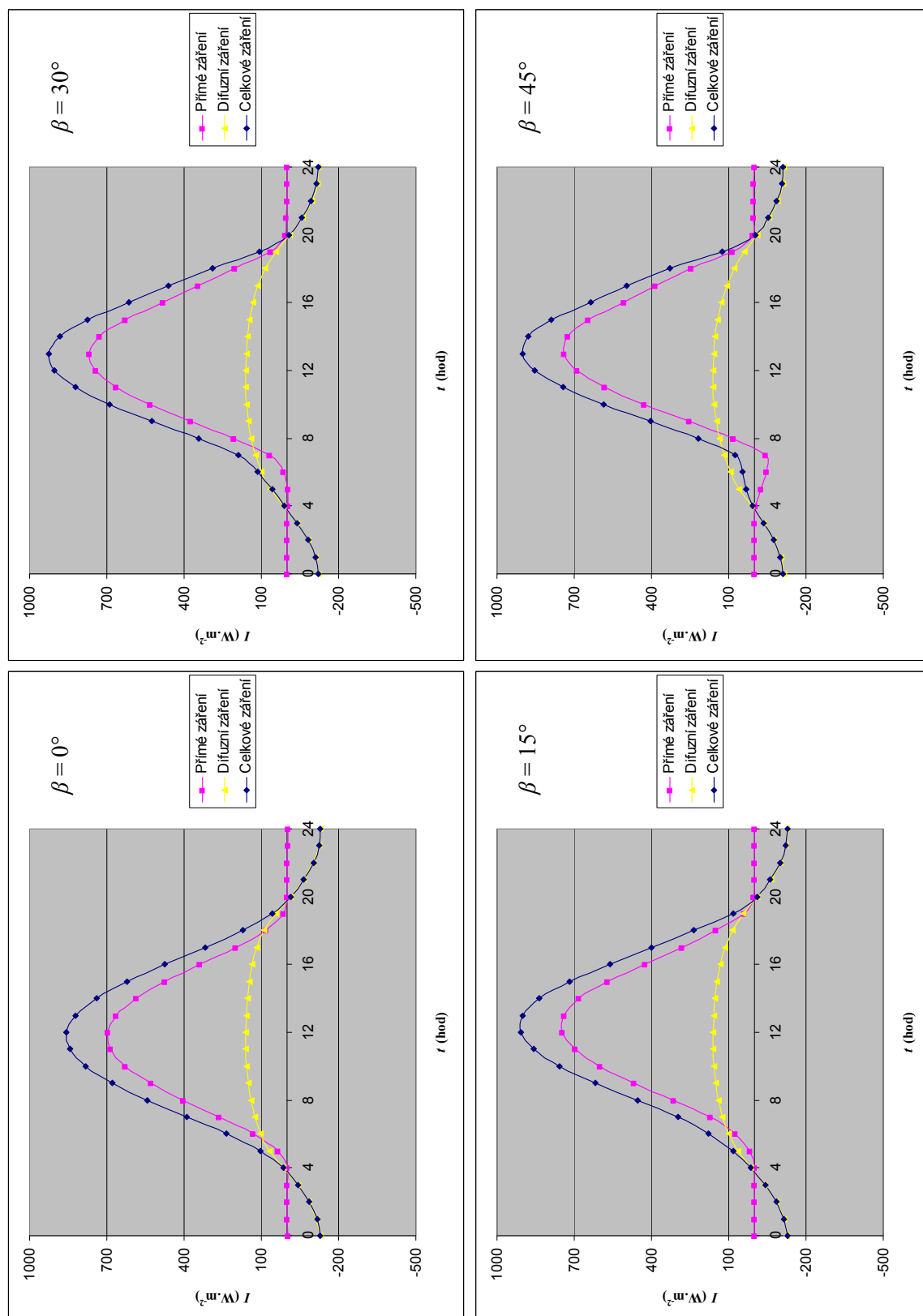


Obr. Př.1.1 až 1.4 Denní diagramy přímého, difúzního a celkového záření při azimutu  $\gamma = 0^\circ$  Jih podle sklonu naklonění  $\beta$

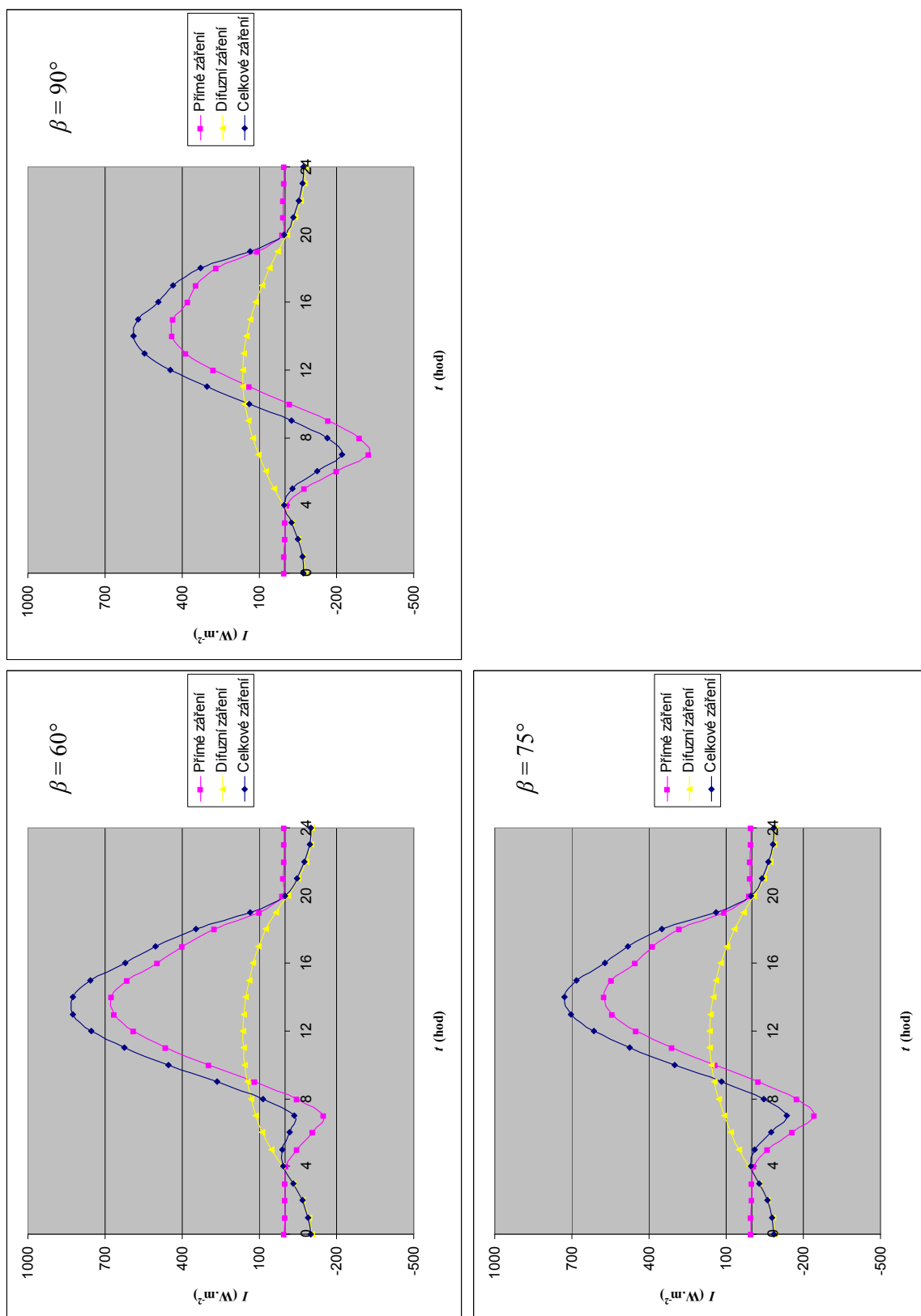


Obr. PŘ.1.5 až 1.7 Denní diagramy přímého, difúzního a celkového záření při azimutu  $\gamma = 0^\circ$  Jih podle sklonu naklonění  $\beta$

Př. 2 Denní diagramy ( $\gamma = 45^\circ$  JZ) podle úhlu  $\beta$



Obr. Př.2.1 až 2.4 Denní diagramy přímého, difúzního a celkového záření při azimutu  $\gamma = 45^\circ$  JZ podle sklonu naklonění  $\beta$



Obr. PŘ.2.5 až 2.7 Denní diagramy přímého, difúzního a celkového záření při azimutu  $\gamma = 45^\circ$  JZ podle sklonu naklonění  $\beta$